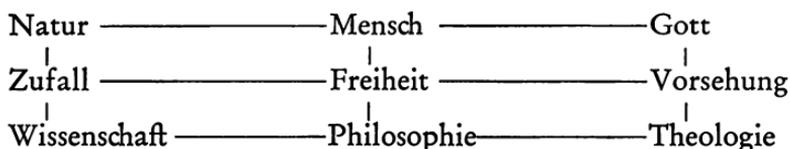


Freiheit, Determinismus und Zufall im Rahmen der klassischen Physik

Von August Meessen, Löwen

Daß ein interdisziplinäres Gespräch zwischen Philosophen, Theologen und Naturwissenschaftlern erforderlich ist, um die Frage nach der Existenz und dem Wesen der menschlichen Willensfreiheit zu lösen, ergibt sich schon aus dem nachstehenden Schema, das nicht nur die einzelnen Fachgebiete, sondern auch den Titel dieses Bandes widerspiegelt:



Man könnte allerdings die Möglichkeit freier Willensentscheidungen als eine empirische Tatsache ansehen, weil sie im täglichen Leben als selbstverständlich vorausgesetzt wird. Diese Überzeugung gewinnen wir sowohl aus unserem eigenen Bewußtsein als auch aus der Tatsache, daß unsere gesellschaftliche Ordnung auf dem Begriff der Verantwortung beruht. Es wäre ja einfach sinnlos, von Schuld oder Verdienst zu reden, wenn alles deterministisch festgelegt wäre.

Trotzdem wird die Existenz der menschlichen Freiheit oft in Frage gestellt, und zwar mit Recht. Es könnte ja sein, daß unsere Überzeugung, frei zu sein, nur eine Illusion sei, genau wie unser Eindruck, daß die Erde stillsteht. Das philosophische Denken, wie auch die wissenschaftliche Rationalität, beginnt in der Tat mit der Erkenntnis, daß Schein trügt. Nur das kann als wahr und richtig anerkannt werden, was sich durch verschiedenartige Beobachtungen und durch die Wider-

spruchslosigkeit eines entsprechenden Gedankensystems erhärten läßt. Bei der Eingliederung des Begriffes der menschlichen Freiheit in das oben angeführte Schema stoßen wir aber auf tiefgründige, logische Schwierigkeiten, sowohl auf der Seite der Theologie wie auf der Seite der Naturwissenschaften.

Daß der Begriff der göttlichen Vorsehung mit dem Begriff der menschlichen Freiheit in Konflikt gerät, ist schon seit der Zeit der griechischen Philosophen bekannt. Bossuet forderte zwar, daß man diese Begriffe wie die zwei Enden einer Kette in den Händen halten müsse, auch wenn man nicht sieht, wie und wo die Verbindung in dieser Kette hergestellt wird. Weil das Paradoxale durch diese Haltung nicht aufgelöst wird, taucht die Frage nach der logischen Kohärenz beider Begriffe immer wieder auf. Ist die Unvorhersehbarkeit freier Willensentscheidungen nicht auch für Gott gültig? Und wer ist denn eigentlich verantwortlich? Albert Camus formuliert das so: Entweder wir sind nicht frei und der allmächtige Gott ist verantwortlich für das Böse oder wir sind frei und verantwortlich, aber Gott ist nicht allmächtig. Die Beantwortung dieser Fragen will ich den Theologen überlassen. Vorläufig muß ich nur darauf hinweisen, daß es hier logische Probleme gibt, deren Ernst nicht unterschätzt werden darf.

Es besteht aber auch ein Konflikt zwischen unserem Begriff der menschlichen Freiheit und der Tatsache, daß man bei den Naturwissenschaften scheinbar voraussetzt, alles folge bestimmten Gesetzmäßigkeiten. Schon im Rahmen der Psychologie und der Physiologie, in dem man den Menschen als Teil der Natur untersucht, taucht die Frage nach unbewußten Determinationen unserer Handlungen auf. Innerhalb der Physik verschärft sich diese Frage noch, weil man entweder vom ‚absoluten Determinismus‘ oder vom ‚blinden Zufall‘ spricht. Weder der eine noch der andere Begriff ist, strenggenommen, mit dem der menschlichen Freiheit vereinbar. Wenn diese Freiheit tatsächlich existiert, wie es unserem Gefühl entspricht,

muß es aber möglich sein, alle Widersprüche aus dem Weg zu räumen. In diesem Beitrag will ich zeigen, daß dies, meines Erachtens, im Rahmen der heutigen Physik möglich ist.

In diesem ersten Teil werden wir von einer Analyse des Problems der menschlichen Freiheit ausgehen, um zuerst jene Frage herauszuschälen, deren Beantwortung auch das Problem der menschlichen Freiheit in bezug auf die Naturwissenschaften lösen würde. Dabei stoßen wir zuerst auf die Notwendigkeit, die Begriffe ‚Zufall‘ und ‚Determinismus‘ näher zu klären, damit wir erkennen, was im Rahmen der klassischen Physik als selbstverständlich galt, obwohl es eigentlich auf impliziten Postulaten beruhte. Im zweiten Teil werden wir der Entwicklung der Grundideen der Quantenmechanik nachgehen, um dadurch zu einem neuen Begriff des physikalischen Zufalls und der physikalischen Gesetzmäßigkeit zu gelangen. Danach können wir endlich zu dem Problem der menschlichen Freiheit zurückkehren und eine Lösung dieses Problems durch den Gebrauch des Wahrscheinlichkeitsbegriffes der sogenannten ‚Entscheidungstheorie‘ vorschlagen.

Das Problem der Willensfreiheit

Bis 1926 konnte man mit wissenschaftlicher Überzeugung behaupten, daß *alle materiellen Prozesse prinzipiell determiniert sind*. Wer annahm, die Willensentscheidungen und die dazu gehörenden Denkvorgänge kämen durch irgendwelche physiko-chemischen Prozesse in unserem Gehirn zustande, war folglich gezwungen auch anzunehmen, daß alle Willensentscheidungen im Grunde prinzipiell determiniert sind.

Dem entgegnete man, der Mensch sei trotzdem, unserer direkten Überzeugung entsprechend, frei, und zwar weil er eine geistige Dimension besitzt. Man kann den Menschen nicht einfach auf das Materielle beschränken: *Der Mensch besitzt eine Seele*, so sagte man. Aber diese Lösung befriedigt nicht, weil

hierbei der abstrakte Begriff ‚Seele‘ zum Deckmantel für unsere Unwissenheit wird. Wenn ich behauptete, daß die Willensentscheidungen als Prozesse geistiger Natur nicht determiniert sind, so kann das wissenschaftlich erst dann überzeugen, wenn es mir zu zeigen gelingt, wie das vor sich geht. Soweit konnte man damals aber noch nicht gehen. Meistens geriet man in einen Streit über die Existenz der Seele selbst, und damit in eine Sackgasse.

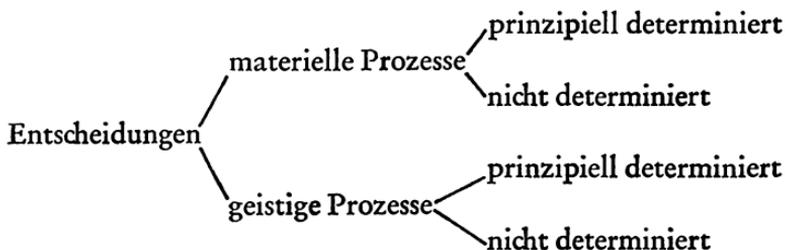
Durch die Entdeckung der quantenmechanischen Grundgesetze erfuhr diese Problematik eine teilweise Veränderung. Es wurde nämlich klar, daß die materiellen Prozesse nicht absolut determiniert sind, wenigstens nicht auf mikrophysikalischer Ebene. Dadurch kam man natürlich aus dem bisherigen Dilemma heraus, weil die Willensentscheidungen nicht absolut determiniert sein müssen, selbst wenn sie auf rein materiellen Prozessen beruhen. Da unsere ganze Nervenaktivität von Impulsen getragen wird, deren Auslösung oder Nichtauslösung vom Überschreiten einer gewissen Schwelle abhängt, können auch kleine quantenmechanisch gesteuerte Ursachen eventuell große Wirkungen auslösen.

Aber hiermit ist das Problem der Freiheit noch nicht gelöst. Mein Gefühl, frei zu sein, und mein Verantwortungsbewußtsein kann nicht einfach von den unvorhersehbaren Quantensprüngen irgendeines Elektrons abhängen. Selbst wenn es absolut unvorhersehbare Prozesse gibt, die in unserem zentralen Nervensystem wirksam sind und eventuell ‚Willensentscheidungen‘ auslösen können, so beweist das noch nicht, daß wir für solche Entscheidungen verantwortlich sind. Diese Verantwortung gehört aber grundsätzlich zu unserem Begriff der menschlichen Willensfreiheit. Unsere Entscheidungen dürfen also weder gänzlich determiniert noch gänzlich zufällig sein. Es muß sich um eine *Wahl* handeln, die *rational* getroffen wird und trotzdem durch die Macht der Argumente *nicht völlig bestimmbar* ist. Wie ist das möglich?

Auch diese Frage ist anscheinend schwierig zu beantworten,

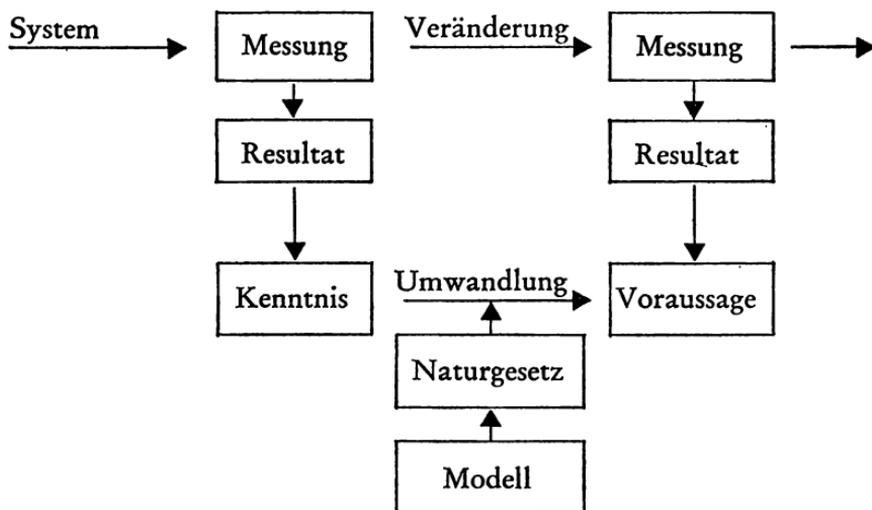
weil wir spontanerweise fest davon überzeugt sind, daß eine Überlegung deterministisch verlaufen muß, wenn sie wirklich logisch ist. Es müßte genügen, alle Argumente sorgfältig zu untersuchen, um zu einem eindeutigen Schluß zu gelangen. Diese intuitive Auffassung kommt in der allegorischen Darstellung der Justiz deutlich zum Ausdruck. Um ihre Aufgabe zu erfüllen, möglichst rational fundierte Entscheidungen zu treffen, hält die Justiz eine Waage in der Hand, mit der sie das ‚Für‘ und ‚Wider‘ abwägt. Dabei kommt der Glaube zum Ausdruck, daß die Waage letztlich in die eine oder andere Richtung ausschlagen muß, wie jede andere Waage auch, die den deterministischen Gesetzen der Physik gehorcht. Nur die Möglichkeit eines genauen Gleichgewichts der Argumente kann hier als Ausnahmefall betrachtet werden. Descartes nannte dies eine ‚Freiheit der niedrigsten Art‘, weil sie einfach einer Indifferenz entspricht. Der berühmte ‚Buridansche Esel‘ konnte sich zwar nicht zwischen Wasser und Stroh entscheiden, weil sein Hunger und sein Durst gleich groß waren, aber frei und verantwortlich war er deshalb noch nicht. Wir müssen also zeigen, daß wir, zumindest in gewissen Situationen, zu freien und doch verantworteten Handlungen fähig sind, weil die logische Analyse bestimmter Entscheidungssituationen mit der Wirkung einer Waage nicht vergleichbar ist.

Bei der Entwirrung des Freiheitsproblems treten folgende Elemente zutage, bei denen die Frage nach Determinismus oder Indeterminismus immer wieder in Erscheinung tritt:



Was ist ein Naturgesetz?

Im Bereich der klassischen Physik war es selbstverständliche Voraussetzung, daß ein Naturgesetz eine Aussage über das Verhalten der Dinge an sich darstellt. Man nahm an, ein Geschehen zu beschreiben, von dem wir, zumindest prinzipiell, eine uneingeschränkte Kenntnis haben können. Die Entwicklung der Relativitätstheorie und der Quantenmechanik hat diese Auffassung des Wesens eines Naturgesetzes auf grundlegende Weise verändert. Wir wurden nämlich gezwungen einzusehen, daß unsere Kenntnis der Dinge doch nicht unter allen Umständen so absolut sein kann, wie man es in der klassischen Physik annahm. Ich werde im zweiten Beitrag darauf zurückkommen. Aber es ist schon jetzt wichtig, auf den gewaltigen Umschwung in unserem physikalischen Weltbild hinzuweisen, der durch die Erweiterung unseres Erfahrungsbereiches gefordert wurde und uns dazu gebracht hat, die Analyse unserer Kenntnis der Dinge in den Vordergrund zu stellen. Wir können das anhand des folgenden Schemas verdeutlichen:



Um über ein physikalisches System etwas aussagen zu können, müssen wir dieses System einer *Messung* – oder even-

tuell einer Gruppe von Messungen – unterwerfen. Aus dem Resultat dieser Messungen können wir dann eine gewisse *Kenntnis* über die Eigenschaften des Systems im Augenblick der Messung ableiten. Im allgemeinen wird sich das System aber verändern. Eine Messung zur Zeit $t = 0$ und eine andere, zu einem späteren Zeitpunkt t , können also ganz verschiedenartige Resultate ergeben. Was wir nun mit dem Aufstellen physikalischer Gesetze wirklich bezwecken, ist die Möglichkeit, das Resultat einer solchen, späteren Messung *vorauszusagen*. Wie ist das zu bewerkstelligen?

Wie das System sich in der Zeit zwischen den beiden Messungen wirklich verhält, können wir nicht wissen. Unsere Kenntnis der Eigenschaften des Systems kann nur aus Messungen abgeleitet werden. Wir können uns aber ein *Modell* ausdenken und Naturgesetze aufstellen, um an Hand der Kenntnis, die aus einer ersten Messung gewonnen wurde, eine *Voraussage* über das zu erwartende Resultat einer darauffolgenden Messung zu machen. Ein Naturgesetz beschreibt also im Grunde nicht die Veränderung des Systems in sich, sondern die einzig und allein feststellbare Veränderung der Meßresultate. Genauer gesagt: Es liefert eine Regel für *die Umwandlung unserer Kenntnis des Systems*. Diese Kenntnis kann durch mathematische Symbole dargestellt werden, und deshalb kann das Naturgesetz durch Gleichungen ausgedrückt werden, in denen die Voraussage und die ursprüngliche Kenntnis miteinander verbunden werden: Da wir immer von einer Kenntnis sprechen, wird deutlich, daß wir in der Welt der Ideen operieren. Dies ist eigentlich selbstverständlich, da unser Geist nur Ideen, nicht aber die Realität als solche erfassen kann. Die Übereinstimmung von Ideen und Realität wird durch die Übereinstimmung der Voraussagen mit den tatsächlich gefundenen Meßresultaten hergestellt. Daher kann es natürlich auch vorkommen, daß eine Verfeinerung der Meßmethoden oder eine Ausdehnung des Meßbereiches die Korrektur eines Modells zur Folge hat. Das Wichtigste ist die

Tatsache, daß ein Naturgesetz kein Gesetz der *Natur*, sondern ein Gesetz unserer *Kenntnis der Natur* ist.

Der absolute Determinismus der klassischen Physik

Wir erwähnten oben, daß nach den Gesetzen der klassischen Physik alle materiellen Prozesse im Prinzip absolut determiniert sind. Wir wollen uns nun fragen, was dies bedeutet und auf welchem Modell der Wirklichkeit diese Auffassung beruht.

Im Anschluß an die vorangehende Interpretation der Naturgesetze wollen wir zunächst feststellen, daß auch der Begriff ‚Determinismus‘ zwei verschiedene Definitionen zuläßt. Meistens braucht man ihn im Sinne einer *inneren Notwendigkeit*: als wohne jedem Ding eine Art Zwang inne, der es nicht zuläßt, daß ein Geschehen anders als nach einem bestimmten, feststellbaren Gesetz verläuft. Obwohl dies vielleicht auf anthropomorphen Sprachgebrauch zurückzuführen ist, so entspricht es doch vor allem der Meinung, ein Naturgesetz sage etwas über das ‚Ding an sich‘ aus. In Wirklichkeit handelt es sich aber nur um eine Qualität unserer Kenntnis von den Dingen. In vielen Fällen ist diese Kenntnis so beschaffen, daß wir *mit Gewißheit voraussagen* können, was unter den gegebenen Umständen geschehen wird.

Um das zu verdeutlichen, genügt es, das Verhalten des einfachsten Systems, das man sich ausdenken kann, zu untersuchen: Ein Massenpunkt, der sich auf einer Geraden bewegt. Die *Position* des Massenpunktes kann dann durch eine einzige Messung bestimmt werden. Es genügt tatsächlich, den Abstand zwischen dem Massenpunkt und einem fixierten Referenzpunkt auf der gegebenen Geraden zu messen. Diese Position kann sich mit der Zeit verändern. Da sich der Massenpunkt nur auf einer bestimmten Geraden bewegen kann, können wir alle möglichen Positionen des Massenpunktes durch den Wert einer einzigen Variablen kennzeichnen: die Koordinate x . In diesem

Fall sagen wir, daß das System nur *einen einzigen Freiheitsgrad* hat. Bei mehreren Freiheitsgraden müßten wir mehrere Variablen benutzen. Nun können wir versuchen, ein Gesetz für die Bewegung, also der *Veränderung der Position* dieses Massenpunktes, aufzustellen. Nehmen wir an, bei einer Messung der Position zur Zeit $t=0$ fände man den Wert $x(0)$ der Koordinate x und bei einer Messung der Position zur Zeit t den Wert $x(t)$. Dann lautet die Frage: Ist es möglich, den Wert $x(t)$ vorausszusehen? Die Antwort der *klassischen Mechanik* lautet: Dies ist möglich, und zwar mit absoluter Gewißheit. Die *Quantenmechanik* behauptet hingegen, eine solche Voraussage könne im allgemeinen nur mit einer gewissen Ungenauigkeit gemacht werden. Beide Antworten sind richtig. Warum?

Zunächst müssen wir feststellen, daß beide Theorien für Massenpunkte mit sehr verschiedenen Werten für die Masse gelten. Wir müssen die Quantentheorie bei sehr leichten Körpern anwenden, wie z. B. das Elektron, dessen Masse ungefähr 0,000 000 000 000 000 000 000 001 Gramm wiegt. Die klassische Mechanik hingegen kann bei Körpern unseres täglichen Lebens angewandt werden. Diese Idealisierung eines ‚Massenpunktes‘ bezieht sich hier also auf einen verhältnismäßig kleinen, aber immer noch makroskopischen Körper. Man könnte ebenso gut an den Schwerpunkt eines gewöhnlichen Körpers denken. Von unserer täglichen Erfahrung ausgehend, nimmt man nun in der klassischen Mechanik *ein Modell* an, das auf folgenden *Hypothesen* beruht:

1. Der Massenpunkt hat in jedem Augenblick eine bestimmte Position, auch wenn wir diese Position nicht kennen (prinzipielle Determiniertheit).
2. Bei der Messung der Position könnte man Werte finden, die unendlich nahe beieinander liegen (Kontinuität des Raumes).
3. Die Bewegung eines Massenpunktes ist kontinuierlich. Das bedeutet, daß sich die Position des Massenpunktes in einer

unendlich kleinen Zeitspanne nur um einen unendlich kleinen Wert verändern kann. Anders ausgedrückt: Ein Massenpunkt kann keine Sprünge machen (Kontinuität der Bewegung).

Aus diesen Hypothesen kann man dann, rein mathematisch, schlußfolgern, daß es ausreicht, die Position $x(t)$ zur Zeit $t = 0$ und die Geschwindigkeit $v(t')$ für jeden Augenblick t' zwischen $t = 0$ und t zu kennen, um die Position $x(t)$ zur Zeit t mit Gewißheit berechnen zu können. Wir wollen die entsprechende mathematische Gleichung einfach durch folgendes Schema darstellen:

$$x(0) \xrightarrow{v(t')} \rightarrow x(t).$$

Dieser Satz ist auch intuitiv leicht erfaßbar. Es wäre in der Praxis sehr umständlich, die Geschwindigkeit in der Zwischenzeit immer angeben zu müssen. In vielen Fällen ist dies auch gar nicht nötig, weil es genügt, den gleichen Gedankengang noch einmal anzuwenden. Wenn sich die Geschwindigkeit selbst auch kontinuierlich verändert, reicht es, die Geschwindigkeit $v(0)$ zur Zeit $t = 0$ sowie die Rate der Geschwindigkeitsveränderung zu kennen, um die Geschwindigkeit $v(t')$ für gleich welchen Zeitpunkt t' berechnen zu können. Die Rate der Geschwindigkeitsveränderung wird Beschleunigung genannt und hängt von zwei Faktoren ab, einem inneren und einem äußeren. Die Trägheitsmasse m des zu beschleunigenden Körpers ist der innere und die angewandte Kraft K der äußere Faktor. In der klassischen Mechanik ist die Masse m eine für den gegebenen Körper charakteristische Konstante, während sich die angewandte Kraft K zeitlich eventuell verändert. Schematisch können wir also wiederum folgende Gleichung aufstellen:

$$v(0) \xrightarrow{\frac{m}{K}} \rightarrow v(t).$$

Wir vereinen nun beide Gleichungen miteinander und stellen fest, daß es ausreicht, die Werte von x und v zur Zeit $t = 0$ sowie die Werte von m und K genau zu kennen, um *mit absoluter Gewißheit* voraussagen zu können, welches die Werte von x und v zur Zeit t sein werden. Schematisch dargestellt:

$$\{x, v\}_0 \xrightarrow[m]{m} \{x, v\}_t.$$

Im Laufe der Zeit erwies es sich als günstiger, statt von der Geschwindigkeit v vom Impuls $p = mv$ zu sprechen. Man erhält dann folgende Differentialgleichungen:

$$m \frac{dx}{dt} = p \quad \text{und} \quad \frac{dp}{dt} = K,$$

die wiederum nichts anderes als die nachstehende Beziehung ausdrücken:

$$\{x, p\}_0 \xrightarrow[K]{m} \{x, p\}_t.$$

Dieser Satz kann ohne weiteres auf gleich welche Systeme ausgedehnt werden. Für ein System mit N *Freiheitsgraden*, brauchen wir nur N Koordinatenvariablen: x_1, x_2, \dots, x_N einzuführen. Jede einzelne dieser Variablen kann sich mit der Zeit (kontinuierlich) verändern. Deshalb können wir auch jeder der Variablen x_i eine konjugierte Impulsvariable p_i zuordnen, was folgendes ergibt:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1, x_2, \dots, x_N \\ p_1, p_2, \dots, p_N \end{array} \right\}_0 \xrightarrow[\begin{array}{l} K_1, K_2, \dots, K_N \end{array}]{\begin{array}{l} m_1, m_2, \dots, m_N \end{array}} \left\{ \begin{array}{l} x_1, x_2, \dots, x_N \\ p_1, p_2, \dots, p_N \end{array} \right\}_t$$

Die Massen m_i und die Kräfte K_i werden durch die einzelnen Differentialgleichungen definiert:

$$m_i (dx_i/dt) = p_i \quad \text{und} \quad (dp_i/dt) = K_i.$$

Auf diese Art und Weise erhalten wir einen Satz, der sich auch auf das ganze Universum mit allem, was es enthält, ausdehnen läßt. P. S. de Laplace hat es so formuliert: Es genügt, sich einen ‚höheren Geist‘ vorzustellen, der die Werte aller Variablen x_i und p_i für einen bestimmten Zeitpunkt $t = 0$ berechnen kann, der die Werte aller Massen m_i und aller Kräfte K_i kennt und der alle aufkommenden Differentialgleichungen lösen kann. Einem solchen Geist wäre es dann möglich, das ganze Weltgeschehen bis in alle Einzelheiten fortwährend zu durchschauen. Das ist, in seiner allgemeinsten Form, der Ausdruck des *absoluten Determinismus* der klassischen Physik.

Ich möchte die Tatsache betonen, daß man diesen Determinismus im Sinn der prinzipiellen Möglichkeit einer mit absoluter *Gewißheit* gemachten *Voraussage* verstehen muß. Wir dürfen aber nicht vergessen, daß diese Möglichkeit auf einem bestimmten Modell der Wirklichkeit beruht und es sich eigentlich nur um einen *Konditionalsatz* handelt. Selbst wenn wir das Modell der klassischen Mechanik annehmen, ist noch nicht sicher, daß man immer die für eine absolut sichere Voraussage notwendigen Bedingungen erfüllen kann. So kann es vorkommen, daß die Kenntnis, von der wir ausgehen, zu ungenau für eine ganz sichere Voraussage ist. Wir können dann höchstens eine *statistische Voraussage* wagen. Dies zwingt uns, die Begriffe des ‚Zufalls‘ und der ‚Wahrscheinlichkeit‘ einzuführen.

Von besonderer Wichtigkeit ist aber die Tatsache, daß die Ungewißheit in unserer ursprünglichen Kenntnis einen sehr verschiedenartigen Ursprung hat, je nachdem, ob wir von Systemen der klassischen statistischen Mechanik oder aber von quantenmechanischen Systemen sprechen. Daher gibt es auch einen entsprechenden Unterschied in der Bedeutung des Begriffes ‚Zufall‘.

Der Zufall als praktisch bedingte Ungewißheit

Unser anthropomorpher Sprachgebrauch formuliert manchmal: Hier war der Zufall im Spiel, und zwar so, als ob der Zufall selbst die *Ursache* für das Auftreten eines unerwarteten Geschehens wäre. Auch hier taucht erneut die alte Tatsache auf, daß wir die Naturgesetze als etwas vom Menschen Unabhängiges betrachten. In Wirklichkeit können wir den Zufall jedoch nur in bezug auf unsere Kenntnis von den Dingen definieren: *Zufällig ist das, was wir nicht genau voraussagen können*, weil uns dies aus prinzipiellen oder praktischen Gründen unmöglich ist. In der klassischen statistischen Physik untersucht man Fälle, in denen dies aus praktischen Gründen unmöglich ist, weil das System zu kompliziert ist, obwohl man annimmt, daß es prinzipiell möglich wäre.

Betrachten wir als erstes Beispiel die Gesamtheit der *Atome und Moleküle*, die ein bestimmtes Volumen eines Gases ausmachen. Nach den Prinzipien der klassischen Mechanik kann man annehmen, daß jedes dieser Teilchen eine bestimmte Bahn durchläuft. Mag diese auch ungeheuer kompliziert und verworren sein, im Prinzip könnte man sie trotzdem mit absoluter Gewißheit vorausberechnen, wenn man die diesem Befund entsprechenden Differentialgleichungen löst. Man müßte aber, der Stoßprozesse wegen, alle Differentialgleichungen für jedes einzelne Teilchen lösen und zudem die Position und Geschwindigkeit all dieser Teilchen in einem bestimmten Augenblick berechnen können. Das ist offensichtlich aus rein praktischen Gründen unmöglich, und zwar weil ein Kubikzentimeter eines Gases etwa 10 000 000 000 000 000 000 000 Teilchen enthält. Eine solche, bis in alle Einzelheiten durchgeführte Rechnung ist glücklicherweise für unseren praktischen Bedarf uninteressant. Was tatsächlich beobachtet und gemessen werden kann, sind globale Eigenschaften wie Dichte, Druck, Temperatur, elektrische Leitfähigkeit, optisches Absorptionsvermögen usw. Diese Größen beziehen sich nur auf das *durchschnittliche Ver-*

halten der einzelnen Teilchen. Mit anderen Worten: Es genügt, dieses Problem mit den Begriffen der *Wahrscheinlichkeitsrechnung* in Angriff zu nehmen.

Der Wurf eines *Spielwürfels* liefert ein weiteres, viel einfacheres Beispiel. Bei genauer Kenntnis der Eigenschaften des Würfels und des Tisches sowie der Anfangsbedingungen der Bewegung kann man selbstverständlich das Resultat eines Wurfes mit absoluter Sicherheit voraussagen. Mit unseren heutigen Beobachtungs- und Rechenmitteln wäre dies ohne weiteres möglich. Im praktischen Leben verzichten wir aber auf eine solche Berechnung, nicht nur, weil sie immerhin recht umständlich wäre, sondern vor allem, da es viel nützlicher ist, ein solches System als ‚*statistisches Instrument*‘ beim Würfelspiel zu gebrauchen.

In beiden Beispielen handelt es sich um *einen gewollten Verzicht auf eine genaue Kenntnis* der Eigenschaften des Systems, weil wir diese nicht nötig haben. Prinzipiell wäre es möglich, eine solche Kenntnis zu erlangen und daraus eine absolut deterministische Voraussage abzuleiten; doch das wäre zu umständlich. Wir können uns mit einer relativ ungenauen Kenntnis begnügen.

Das führt uns aber zu der Frage, wie eine so ungenaue oder begrenzte Kenntnis definiert werden soll. Die Antwort ist einfach: Man muß eine *Wahrscheinlichkeitsverteilung* einführen. Im Fall des Würfels können wir z. B. sagen, daß alle sechs Seiten mit der gleichen Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$ auftreten werden. Im allgemeinen müssen wir verschiedene, sich gegenseitig ausschließende Möglichkeiten betrachten. Es kann sich um eine endliche Zahl abzählbarer Möglichkeiten wie beim Würfel handeln oder um eine unendliche Zahl kontinuierlich verteilter Möglichkeiten wie bei den Positionen und Geschwindigkeiten der verschiedenen Teilchen eines Gases. Der Einfachheit halber wollen wir hier nur von m Möglichkeiten sprechen, die wir durch die Zahlen 1, 2, 3, . . . m kennzeichnen wollen. Die entsprechende Wahrscheinlichkeitsverteilung besteht dann aus m

(positiven und reellen) Zahlen $p_1, p_2, p_3, \dots, p_m$, deren Summe gleich eins ist. p_1 entspricht der Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Möglichkeit 1, p_2 der Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Möglichkeit 2 usw.

Ich möchte jetzt nicht näher auf die Probleme der Wahrscheinlichkeitstheorie eingehen. Es genügt zu wissen, daß es eine rein mathematische Theorie ist, die es erlaubt, das wahrscheinliche Verhalten eines *komplexen* Systems zu berechnen, wenn man die Wahrscheinlichkeitsverteilung für verschiedene *elementare* Geschehen kennt, die auf verschiedene Art und Weise zusammenwirken können.

Zudem möchte ich betonen, daß die Definition einer Wahrscheinlichkeitsverteilung, von einem operationellen Standpunkt aus gesehen, große Schwierigkeiten mit sich bringt. Es handelt sich um eine Idealisierung, genauso wie der Begriff eines Punktes oder einer Geraden eine mathematische Idealisierung ist. Man müßte das gleiche Geschehen unter den genau gleichen Bedingungen *unendlich oft* beobachten können, um daraus die Wahrscheinlichkeitsverteilung abzuleiten. Man muß sich hier also mit einem Induktionsprozeß begnügen oder aber die Wahrscheinlichkeitsverteilung als gegeben voraussetzen.

Für unser Thema scheint es mir wichtiger zu sein, darauf hinzuweisen, daß einer gewissen Wahrscheinlichkeitsverteilung (p_1, p_2, \dots, p_m) eine ganz bestimmte *Qualität an Ungewißheit* zugeschrieben wird. Das ist leicht verständlich, wenn wir die zwei Extremfälle betrachten, die der größten und der geringsten Ungewißheit entsprechen. Sind alle Wahrscheinlichkeiten gleich groß ($p_1 = 1/m$), haben wir es mit der größten Ungewißheit für das Eintreffen der verschiedenen Möglichkeiten zu tun. Es kann aber auch vorkommen, daß alle Wahrscheinlichkeiten gleich Null sind, eine einzige ausgenommen, die dann gleich Eins ist. Diese letzte Wahrscheinlichkeit entspricht der speziellen Möglichkeit, die mit absoluter Sicherheit eintreten muß, so daß die Quantität an Ungewißheit in diesem Fall gleich Null ist.

Im allgemeinen können die Zahlen p_1, p_2, \dots, p_m gleich welche Werte zwischen Null und Eins haben, unter der Bedingung, daß die Summe dieser Zahlen gleich Eins ist. Die Summe der einzelnen Wahrscheinlichkeiten entspricht tatsächlich der Wahrscheinlichkeit, daß sich die erste oder zweite . . . oder m -te Möglichkeit verwirklicht. Da auf jeden Fall eine der Möglichkeiten eintreten wird, muß diese Summe gleich Eins sein.

Die in einer solchen Wahrscheinlichkeitsverteilung enthaltene Quantität an Ungewißheit soll nun durch *eine Zahl* ausgedrückt werden, die von der Gesamtheit der Zahlen p_1, p_2, \dots, p_m abhängt. Um diese Zahl zu definieren, wollen wir uns den etwas allgemeineren Fall vorstellen, in dem N verschiedene, genau gleiche Systeme gegeben sind, die alle durch die gleiche Wahrscheinlichkeitsverteilung beschrieben werden. Als Beispiel denken wir uns eine N -stellige Zahl, die durch einen Lotteriemechanismus hergestellt wird. Das heißt, daß jede Stelle dieser Zahl durch eine der zehn verschiedenen Ziffern von Null bis Neun ausgefüllt werden kann, und zwar so, daß jede dieser Ziffern mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auftritt. Wir könnten auch an einen Text von bestimmter Länge denken, der mit den Buchstaben eines bestimmten Alphabetes geschrieben wird, wobei a priori jeder Buchstabe mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit auftreten wird.

Es genügt also, sich N Zellen vorzustellen, wovon jede einzelne, unabhängig von den anderen, durch ein Zeichen ausgefüllt werden muß. Wir nehmen an, daß m verschiedene Zeichen zur Verfügung stehen und daß jede Zelle mit der gleichen Wahrscheinlichkeitsverteilung p_1, p_2, \dots, p_m von einem dieser Zeichen ausgefüllt wird. In diesem Fall müßten wir die *Quantität an Ungewißheit* so definieren können, daß sie bei N Zellen N mal so groß ist wie für eine einzige Zelle, weil das unserer Intuition entspricht.

Um zu zeigen, wie man diesen Begriff erhält, untersuchen wir, *wie viele verschiedene Kombinationen* der Zeichen möglich sind, wenn die m Zeichen mit der angegebenen Wahrschein-

lichkeitsverteilung unabhängig voneinander in die N Zellen eingesetzt werden. Diese Zahl, die wir W nennen wollen, entspricht dem Grad an Ungewißheit, die bei diesen Angaben übrigbleibt. Der Kombinationstheorie entsprechend wird diese Zahl durch folgende Formel bestimmt:

$$W = \frac{N!}{N_1! N_2! \dots N_m!}.$$

Wenn x eine ganze, positive Zahl ist, so ist $x! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots x$. Man nennt dieses Produkt aller Zahlen von 1 bis x die Fakultät von x , wohingegen man $0! = 1$ definiert. In der Formel für W ist N die Zahl der zur Verfügung stehenden Zellen, während $N_1 = p_1 N$ für die Zahl der Zeichen der Art 1 steht, die man, der Wahrscheinlichkeitsverteilung entsprechend, in diesen N Zellen zu erwarten hat. $N_2 = p_2 N$ ist die durchschnittliche Zahl der Zeichen 2, und $N_i = p_i N$ die durchschnittliche Zahl der Zeichen i . Die Wahrscheinlichkeitsverteilung erlaubt uns also nur, diese Zahlen N_1, N_2, \dots, N_m zu berechnen, ohne aber zu ermöglichen, die genaue Reihenfolge der Zeichen in den N Zellen voraussagen zu können. Das bedeutet, daß all diese Zeichen untereinander vertauschbar wären. Es würde sich nichts ändern, wenn wir Zeichen der gleichen Art miteinander vertauschten. Die Zahl der verschiedenen Kombinationen, die man so erhalten kann, ist die Zahl W , die nach der oben angeführten Formel berechnet wird.

Eine solche Berechnung wäre sehr umständlich, wenn die Zahlen N_1, N_2, \dots, N_m und N sehr groß sind. Glücklicherweise läßt sich gerade in diesem Fall eine Vereinfachung einführen, weil man die Formel $\log(x!) = x(\log x) - x$ benutzen kann, sobald x viel größer als 1 ist. Hier steht „ $\log x$ “ für eine bestimmte Funktion, die man den *natürlichen Logarithmus* von x nennt. Daraus kann man ohne weiteres schlußfolgern:

$$\log W = N \sum_{i=1}^m p_i \log(1/p_i).$$

Dieser Ausdruck ist leicht zu berechnen, wenn man N und die Wahrscheinlichkeitsverteilung p_1, p_2, \dots, p_m kennt. Viel wichtiger ist aber noch die Tatsache, daß dieser Ausdruck für N Zellen N mal so groß ist wie für eine einzige. Da die Definition der *Quantität an Ungewißheit* diese Bedingung erfüllen sollte, werden wir die Zahl $\log W$ mit der Quantität an Ungewißheit in einem solchen System identifizieren. Es läßt sich leicht beweisen, daß

$$0 \leq \log W \leq N \log m$$

ist wobei die beiden Grenzwerte jeweils der absoluten Gewißheit und der größtmöglichen Ungewißheit entsprechen.

Die *Thermodynamik*, deren Gesetze auf eine rein phänomenologische Art und Weise aufgestellt wurden, führte zu der Feststellung, daß man jedem System eine gewisse Größe zuzuordnen kann, die man *Entropie* nannte. Dieser geheimnisvolle Begriff wurde erst dann verständlich, als L. Boltzmann, im Rahmen der *statischen Mechanik*, beweisen konnte, daß die Entropie eines Systems durch die Formel

$$S = k \log W$$

definiert ist. Hier entspricht $\log W$ der vorher definierten Quantität an Ungewißheit für ein System, das aus N Teilchen besteht, welche, unabhängig voneinander, verschiedene Bewegungszustände annehmen können. Die Konstante k hat einen ganz bestimmten Wert, wenn S in den thermodynamisch gebräuchlichen Einheiten (Energie/Temperatur) ausgedrückt wird.

In der *Informationstheorie* hingegen will man die Quantität an Ungewißheit definieren, die beim Erhalten einer Botschaft aufgehoben wird. Man könnte diese *Information* natürlich mit der Formel für $\log W$ berechnen, indem man annimmt, daß die Botschaft aus N Zeichen besteht, die, unabhängig voneinander, unter m möglichen Zeichen nach der Wahrscheinlichkeitsverteilung (p_1, p_2, \dots, p_m) ausgewählt werden. Statt sich

mit der reinen Zahl $\log W$ zu begnügen, hat man es vorgezogen, die Information durch die Formel

$$I = K \log W = \log_2 W \text{ (Bit)}$$

zu definieren. Das bedeutet, daß man die Funktion $\log W$ mit einer Konstante K multipliziert hat, die so gewählt wurde, daß man den Logarithmus von W in der Basis 2 erhält. Das entspricht der Wahl einer bestimmten Einheit, des ‚Bit‘. Man erhält ein Bit an Information, wenn man die Antwort auf eine Frage bekommt, die mit gleicher Wahrscheinlichkeit mit Ja oder Nein beantwortet werden könnte. (In diesem Fall haben wir nämlich $N = 1$ und $m = 2$, wodurch $W = 2$ und $\log_2 2 = 1$ wird.)

Thermodynamische Evolution

Nach dem *zweiten Hauptsatz der Thermodynamik* kann die Entropie eines abgeschlossenen Systems nur entweder gleich bleiben oder aber zunehmen. Dieser, zunächst empirisch aufgestellte Satz wurde durch die Boltzmannsche Interpretation der Entropie zur Selbstverständlichkeit. Im Grunde bedeutet das nur, daß sich unsere *Kenntnis* eines Systems nicht spontan, mittels unkontrollierter Störungen, vermehren kann. Anders ausgedrückt: Wenn die Wahrscheinlichkeitsverteilung (p_1, p_2, \dots, p_m) durch kleine Störungen verändert werden kann, so kann sie, statistisch gesehen, nur so verändert werden, daß die Quantität an Ungewißheit in dieser Wahrscheinlichkeitsverteilung nicht abnimmt. Das System wird, im Gegenteil, einem *Gleichgewichtszustand* zustreben, bei dem die Entropie den größtmöglichen Wert erreicht, der mit den Bedingungen vereinbar ist, die dem System auferlegt wurden. Bei einem Gas z. B., dessen Dichte und Temperatur festgesetzt wurden, gibt es einen solchen Gleichgewichtszustand. Dieser ist so beschaffen, daß die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die mög-

lichen Geschwindigkeiten der Teilchen die größtmögliche Ungewißheit für den festgelegten Wert der Durchschnittsgeschwindigkeit enthält.

Dieser so einleuchtende Satz steht jedoch in krassem Widerspruch zur *biologischen Evolution*. Die Entstehung neuer Lebewesen, die eine höhere, strukturelle und funktionelle Organisation aufweisen, entspricht einer Verringerung des Maßes an reiner Zufälligkeit. Wir wissen jedoch, daß diese biologische Evolution auf befriedigende Art und Weise als ein *Steuerungsprozeß* erklärt werden kann, der mit dem kybernetischen Prinzip der Rückkoppelung eng verwandt ist. Das Darwinische Prinzip der natürlichen Auslese ist hier ausschlaggebend, welches mit dem Auftreten statistischer Veränderungen im genetischen Material der Arten gekoppelt werden muß. Hier handelt es sich aber um biologische Einheiten, die sich als Lebewesen nach einem bestimmten Mechanismus reproduzieren. Deshalb bleibt das Problem der *präbiotischen Evolution* auf rein molekularer Ebene weiter bestehen sowie auch das Problem des Übergangs von toter zu lebender Materie.

In den letzten Jahren wurde gerade auf diesem Gebiet ein bedeutender Fortschritt erzielt. I. Prigogine, Professor an der Freien Universität Brüssel, konnte beweisen, daß die *Gesetze der Thermodynamik verallgemeinert werden müssen*.

Während die gewöhnliche Thermodynamik nur auf geschlossene, lineare Systeme anwendbar ist, gilt die verallgemeinerte Theorie auch für offene, nicht-lineare Systeme. Hierbei zeigt es sich, daß diese Systeme bei genügend starken Schwankungen spontan in einen dauerhaften Zustand übergehen können, der einen höheren Grad an innerer Ordnung aufweist als der thermodynamische Gleichgewichtszustand. (Vgl. „*Physics today*“, November und Dezember 1972.)

Am Ende dieser Untersuchung über die Begriffe *Determinismus und Zufall*, wie sie im Rahmen der klassischen Physik gebräuchlich sind, scheint mir eine Schlußfolgerung von besonderer Bedeutung zu sein. Obwohl man ursprünglich

glaubte, daß die Naturgesetze eine Aussage über *das Verhalten der Dinge an sich* darstellen, ist man durch die Entwicklung der modernen Physik dazu übergegangen, die Naturgesetze neu zu interpretieren. In Wirklichkeit handelt es sich nur um eine Aussage über *unsere Kenntnis* der Dinge. Diese Interpretation läßt sich auch auf die klassische Physik, und im besonderen auf die Begriffe Notwendigkeit und Zufälligkeit anwenden. Unter diesem neuen Gesichtspunkt rückt aber auch das Problem der menschlichen Freiheit in ein anderes Licht, wie ich im folgenden Beitrag zeigen werde.

Die Unbestimmtheit der quantenmechanischen Voraussagen und die freien Willensentscheidungen

Von August Meessen, Löwen

Die Aufstellung physikalischer Gesetze hat in erster Linie ein Verständnis der untersuchten Phänomene zum Ziel. Man kann aber erst dann behaupten, ein solches Verständnis erreicht zu haben, wenn man voraussagen imstande ist, was unter diesen oder jenen Bedingungen geschehen wird. Deshalb ist die Formulierung der Naturgesetze im Grunde darauf ausgerichtet, uns die Möglichkeit an die Hand zu geben, von der Gegenwart auf die Zukunft zu schließen. Auf diese Art und Weise stellt sich uns auch das Problem der menschlichen Willensfreiheit, weil wir uns fragen, ob man eine, in einer bestimmten Situation getroffene Entscheidung, wenigstens prinzipiell, mit absoluter Gewißheit voraussehen könnte oder nicht. Aus dieser Analogie geht hervor, daß unser Verständnis der menschlichen Willensfreiheit wahrscheinlich sehr stark an unser Verstehen physikalischer Prozesse gebunden ist. Wir wissen aber, daß sich unser Naturverständnis in der ersten Hälfte dieses Jahrhunderts grundlegend verändert hat. Uns interessiert hier ganz besonders die Tatsache, daß der absolute Determinismus der klassischen Physik durch den prinzipiellen Indeterminismus der Quantenmechanik ersetzt wurde. Wie kam es dazu, und wie kann man diese neuen Einsichten auf das Problem der Willensfreiheit übertragen? Dies sind die Fragen, die ich zu beantworten versuchen will.

*Physikalische Messungen
sind bestimmten Bedingungen unterworfen*

Wir wissen, daß man die Gesetze der klassischen Physik in Konditionalsätzen zum Ausdruck bringen kann: *Wenn* ich diese und jene Eigenschaften des Systems mit absoluter Genauigkeit für den jetzigen Augenblick kenne sowie die Bedingungen, die diesem System auferlegt sind, *dann* kann ich mit absoluter Sicherheit voraussagen, welche Werte diese meßbaren Eigenschaften in einem zukünftigen Augenblick haben werden. Die Nützlichkeit dieses Satzes besteht darin, daß man die Voraussetzung einer solchen deterministischen Voraussage tatsächlich für bestimmte, verhältnismäßig einfache Systeme erfüllen kann. In der klassischen Physik nimmt man an, daß man dieser Voraussetzung im Prinzip immer genügen könnte, selbst bei sehr komplexen Systemen. Es ist dann aber besser, sich mit einer teilweise ungenauen Kenntnis zufriedenzugeben, weil das Erlangen einer genauen Kenntnis zu umständlich wäre. Man kann in diesem Fall natürlich nur eine statistische Voraussage machen. Wenn man hier aber von Zufall spricht, so handelt es sich nur um einen ‚Scheinzufall‘, weil man im Prinzip doch alles genau vorausbestimmen könnte, wenn man nur die notwendigen Mittel benutzte.

In der Quantenmechanik behauptet man dagegen, es gäbe einen ‚absoluten Zufall‘, d. h. man könne den Verlauf von bestimmten physikalischen Prozessen nicht genau voraussagen, und zwar *aus prinzipiellen Gründen*, unabhängig von den Mitteln, die wir einsetzen würden. Unsere Voraussage muß sich nämlich auf die Kenntnis der Eigenschaften des Systems in einem bestimmten Augenblick stützen, und diese können wir nur durch Messungen erhalten. Da liegt der Kern der Sache: In der ‚Epistemologie‘ der klassischen Physik setzte man als selbstverständlich voraus, daß die Schranken, die unseren Messungen gesetzt werden, nur praktischer Art sind. Es gibt aber auch prinzipielle Schranken.

Meiner Ansicht nach besteht das Fundamentalste, was wir in diesem Jahrhundert gelernt haben, gerade in der Erkenntnis, *daß die Natur unseren Messungen bestimmte Bedingungen auferlegen kann und daß diese Bedingungen an die Existenz einer Naturkonstante gebunden sind.* In der Quantenmechanik ist das die Plancksche Konstante h und in der Relativitätstheorie die Lichtgeschwindigkeit c . Weil ich auf diese Art und Weise das schockierende Element der Quantenmechanik wegnehmen will, ist es von Nutzen, zuerst einmal die Grundgedanken der Relativitätstheorie zu untersuchen.

A. Einstein ging von dem experimentellen Resultat Michelsons aus, der festgestellt hatte, daß die Lichtgeschwindigkeit, unabhängig von dem Bezugssystem, in dem dieser Wert gemessen wird, immer den gleichen Wert c hat. Einstein interpretierte dieses unerwartete Resultat folgendermaßen: Raum und Zeit sind keine eigenständigen, von unseren Messungen unabhängigen Begriffe. Im Gegenteil: Wir können Raum und Zeit nur definieren, indem wir von den Meßresultaten ausgehen, die wir bei Messungen der Raum- und Zeitintervalle in diesem oder jenem Bezugssystem finden. Dabei ist es nicht notwendig, daß die Messung einer bestimmten Länge oder Zeitspanne das gleiche Resultat ergibt, wenn die Messung in zwei Bezugssystemen durchgeführt wird, die sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit gegeneinander bewegen. Es muß aber eine Beziehung zwischen diesen Meßresultaten bestehen, so daß man aus der einen das Resultat der anderen Messung ableiten kann. Diese Beziehung hängt von der relativen Geschwindigkeit der beiden Bezugssysteme und von der Bedingung ab, daß die Messung der Lichtgeschwindigkeit immer das gleiche Resultat ergeben muß. Da man eine solche Messung ausführen könnte, indem man die Entfernung mißt, die ein Lichtimpuls in einer bestimmten Zeit durchläuft, handelt es sich hier tatsächlich um eine Bedingung, die die Natur unseren Raum- und Zeitmessungen auferlegt.

Einstein ging noch einen Schritt weiter. Er stellte folgendes

Prinzip auf: Alle Naturgesetze, bei denen von Raum- und Zeitmessungen die Rede ist, müssen dieser Bedingung der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit Rechnung tragen. Da dies innerhalb der Gesetze der Newtonschen Mechanik nicht der Fall ist, müssen, so behauptete er, diese Gesetze verändert werden. So stellte er, ehe man die Notwendigkeit einer solchen Veränderung experimentell erkannte, die Gesetze der *relativistischen Mechanik* auf. Diese Formeln enthalten den Wert der Lichtgeschwindigkeit c , der so groß ist ($c = 300\,000$ km/sec), daß man ihn unter gewöhnlichen Umständen als unendlich groß bezeichnen kann, ohne einen merklichen Irrtum zu begehen. So erhält man dann die Gesetze der klassischen Mechanik in Annäherung an diejenigen der relativistischen Mechanik.

In der *Quantenmechanik* hingegen wird die Bewegung eines Körpers durch Formeln beschrieben, in denen die Plancksche Konstante h vorkommt. Der Wert dieser Konstante ($h = 6.10^{-27}$ erg. sec.) ist so klein, daß er unter bestimmten Umständen gleich Null gesetzt werden kann. Bei dieser Annäherung erhält man wiederum die Gesetze der klassischen Mechanik. Wichtig ist hier aber insbesondere die Tatsache, daß die Plancksche Konstante h mit einer Bedingung zusammenhängt, die unseren Messungen von der Natur vorgegeben ist. Diese Tatsache hat Heisenberg in seinen berühmten „Unbestimmtheitsrelationen“ deutlich ausgedrückt. Wir werden im folgenden auf diesen Sachverhalt näher eingehen.

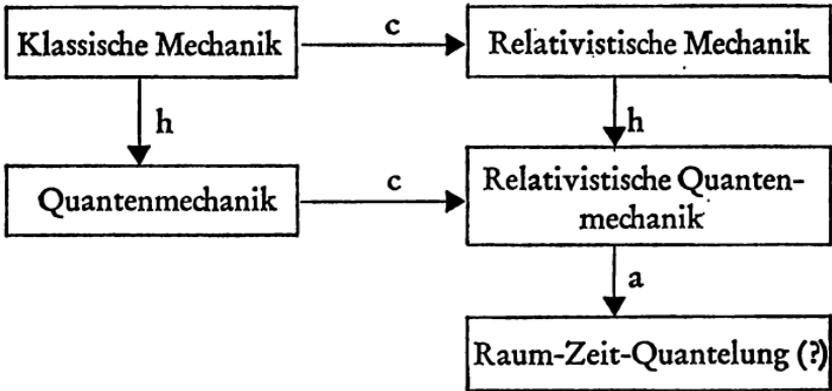
Zuerst, glaube ich, muß ich in diesem Zusammenhang noch darauf hinweisen, daß diese Interpretation der wahren Bedeutung der Relativitätstheorie und der Quantenmechanik, meiner Ansicht nach, zu der Frage führen muß, ob die Natur unseren Messungen nicht auch noch andere Bedingungen auferlegen könnte. Unsere heutigen Theorien enthalten in der Tat noch eine Hypothese, die in dieser Hinsicht als fragwürdig erscheint. Wir nehmen nämlich an, daß man prinzipiell beliebig kleine Raum- und Zeitintervalle messen könnte. Das ist aber

absolut nicht sicher, weil wir bis heute nur die Gültigkeit unserer Gesetze bis auf Distanzen von etwa 10^{-15} cm experimentell getestet haben. Es könnte ja sein, daß die Schranke viel kleiner ist und wir sie deshalb bis jetzt noch nicht bemerkt haben. Man weiß nur, daß man bei der theoretischen Extrapolation der heutigen Theorien bis zu unendlich kleinen Längen auf bestimmte logische Schwierigkeiten stößt.

Deshalb habe ich in den letzten Jahren herauszufinden versucht, ob es möglich ist, eine Theorie aufzubauen, in der man den Wert a der *kleinsten meßbaren Länge* als eine noch unbekannte Naturkonstante ansieht, ohne a priori anzunehmen, daß man $a = 0$ setzen kann, wie es die heutige Theorie (implizit) voraussetzt. Vielleicht ist unsere heutige Theorie aus diesem Grund nur eine Annäherung, genauso wie die klassische Mechanik eine Annäherung der Relativitätstheorie und der Quantenmechanik darstellte, mit der (impliziten) Annahme, daß $c = \infty$ und $h = 0$ sei. Die allgemeine Theorie muß also die drei Konstanten c , h und a enthalten. Da man in dieser Theorie durch die Einführung eines Längenquantums a und eines Zeitquantums a/c den Begriff eines ausmeßbaren Raum-Zeit-Kontinuums aufgibt, habe ich das Ganze eine Theorie der *Raum-Zeit-Quantelung* genannt. Ihr widerspruchsfreier Aufbau hat sich bis jetzt als möglich erwiesen, obwohl man natürlich einige Denkgewohnheiten aufgeben muß, wie das auch bei der Entwicklung der Relativitätstheorie und der Quantenmechanik notwendig war. Unter anderem kommt man zu der Schlußfolgerung, daß sich materielle Körper schneller als Licht bewegen können, wenn die Elementarlänge $a \neq 0$ ist. Man findet auch, daß $a = h/Mc$ ist, wobei M die Gesamtmasse des Universums darstellt. Daraus folgt, daß man nur dann $a = 0$ setzen kann, wenn die Gesamtenergie des Universums unendlich groß ist. Das ist aber keineswegs sicher.

Sehen wir die Quantenmechanik in diesem Zusammenhang, so wird es leichter, den Übergang vom Determinismus zum Indeterminismus zu akzeptieren. Obwohl es noch immer Physi-

ker gibt, die die Hoffnung auf eine Rückkehr zu deterministischen Gesetzen hegen, scheint mir im Gegenteil, daß man nicht zurück, sondern nur noch weiter gehen kann. Auf jeden Fall ist es uns möglich, die verschiedenen Gebiete der Physik zu kennzeichnen, indem wir die Naturkonstanten angeben, von denen die entsprechenden Theorien Rechnung tragen:



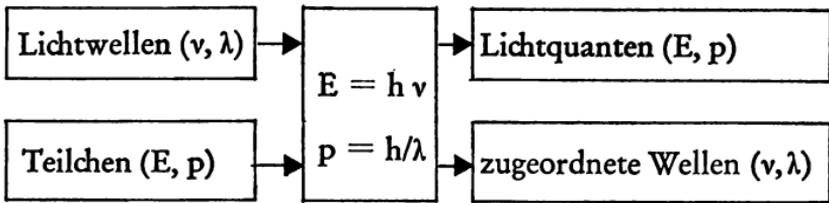
Teilchen oder Wellen?

Im folgenden will ich versuchen, durch den Gebrauch einiger Ideogramme die progressive Entdeckung der quantenmechanischen Grundideen möglichst einfach darzustellen. Die erste Stufe entspricht der Entdeckung, daß ein ‚Ding‘ teils Teilchen-, teils Wellennatur aufweist. In der klassischen Physik hingegen, bezogen sich die Begriffe ‚Teilchen‘ und ‚Welle‘ immer auf etwas grundsätzlich Verschiedenes. Wenn man von einem *Teilchen* sprach, dachte man an einen sehr kleinen Körper, den man irgendwo im Raum, als quasi punktförmiges Gebilde lokalisieren kann. Sprach man von einer *Welle*, so dachte man hingegen an eine Funktion, die mindestens in einem bestimmten Raum-Zeit-Gebiet definiert ist. Solche Funktionen können sich addieren. Daher ist es möglich, komplizierte Wellen durch Überlagerung einfacher Wellen herzustellen. Mit einer einfachen Welle

ist hier eine Welle gemeint, die sich gleichmäßig, periodisch verändert, und zwar mit der *Wellenlänge* λ im Raum und mit der *Frequenz* ν in der Zeit. Nach den Maxwell'schen Gleichungen erschien die Natur des Lichtes dadurch vollkommen erklärt zu sein, daß es sich um elektromagnetische Wellen bestimmter Wellenlänge und Frequenz handelt. Die Elektronen hingegen wurden als Teilchen angesehen, weil man ihre Masse und elektrische Ladung messen konnte. Wie jedem anderen materiellen Körper konnte man ihnen auch eine bestimmte *Energie* E und einen bestimmten *Impuls* p zuschreiben.

Diese schöne Klassifizierung wurde plötzlich umgestoßen, als M. Planck (1900) entdeckte, daß die Energie einer Lichtwelle der Frequenz ν nur durch das Hinzufügen oder Wegnehmen von Energiequanten der Größe $h\nu$ verändert werden kann. So wurde die Plancksche Konstante eingeführt. Einstein (1905) zeigte dann, daß man sich das Licht der Frequenz ν als eine gewisse Anzahl von ‚Teilchen‘ vorstellen könnte, von denen sich jedes einzelne mit der Energie $E = h\nu$ und dem Impuls $p = h/\lambda$ bewegt. Diese Lichtquanten-Hypothese wurde erst viel später durch Experimente unwiderruflich bestätigt, insbesondere durch die von A. Compton (1921).

Während die meisten Physiker sich sträubten, diese ‚Doppelnatur‘ des Lichtes anzunehmen, brachte L. de Broglie (1924) eine Reihe von rein theoretischen Argumenten vor, um den Begriff der Doppelnatur des Lichtes auch auf materielle Körper anzuwenden. Seiner Ansicht nach mußte man jedem materiellen Teilchen, das sich mit der Energie E und dem Impuls p bewegt, eine Welle zuordnen, deren Frequenz ν und Wellenlänge λ durch die gleichen Beziehungen bestimmt werden wie jene, die sich für Lichtquanten als gültig erwiesen hatten: $E = h\nu$ und $p = h/\lambda$. Der Beweis für die Existenz der ‚zugeordneten Wellen‘ und die Gültigkeit der ‚de Broglieschen Beziehungen‘ wurde einige Jahre später (1927) erbracht, als man die Brechung dieser Wellen an einem Kristallgitter feststellte. Wir können das im folgenden Schema zusammenfassen:



Schon an dieser Stelle ist es angebracht, die Interpretation einzufügen, die man heute den de Broglieschen Beziehungen geben kann. Wir erinnern uns daran, daß man in der klassischen Physik annahm, ein Teilchen habe notwendigerweise eine bestimmte Position und diese könne sich mit der Zeit kontinuierlich verändern. So kam man zu dem Begriff der augenblicklichen Geschwindigkeit des Teilchens, und der Impuls p wurde durch das Produkt dieser Geschwindigkeit v mit der Masse m des Teilchens definiert ($p = mv$). Die de Brogliesche Beziehung ($p = h/\lambda$) ergibt hingegen eine ganz andere Definition des Impulses des Teilchens. Hier muß man von dem Begriff einer räumlich ausgedehnten Welle ausgehen. Gleiches gilt für die Definition der Energie E .

*Warum dürfen gebundene Teilchen
nur bestimmte Energien haben?*

Inzwischen hatte man aber auch einige andere, äußerst erstaunliche Eigenschaften der Elektronen gefunden. N. Bohr (1913) gelang es nämlich, eine Reihe verschiedener experimenteller Beobachtungen zu erklären. Indem er annahm, daß die Elektronen nur auf ‚bestimmten Bahnen‘ um einen Atomkern kreisen können. Diese Bahnen entsprechen ganz bestimmten Energien, und solange ein Elektron auf einer solchen Bahn kreist, gibt es keine Strahlung ab, obwohl dies, der Maxwell'schen Theorie des Elektromagnetismus gemäß, geschehen müßte. Dieses ‚Planetenmodell‘ der Atome war also einerseits sehr zufriedenstellend, weil es bestimmte experimentelle Resul-

tate erhellen konnte, andererseits war es aber auch sehr unbefriedigend, da es in krassem Widerspruch zu anderen, gut verankerten Theorien stand. Außerdem blieb vollkommen unklar, warum ein Elektron gerade diese und keine anderen Bahnen wählen darf.

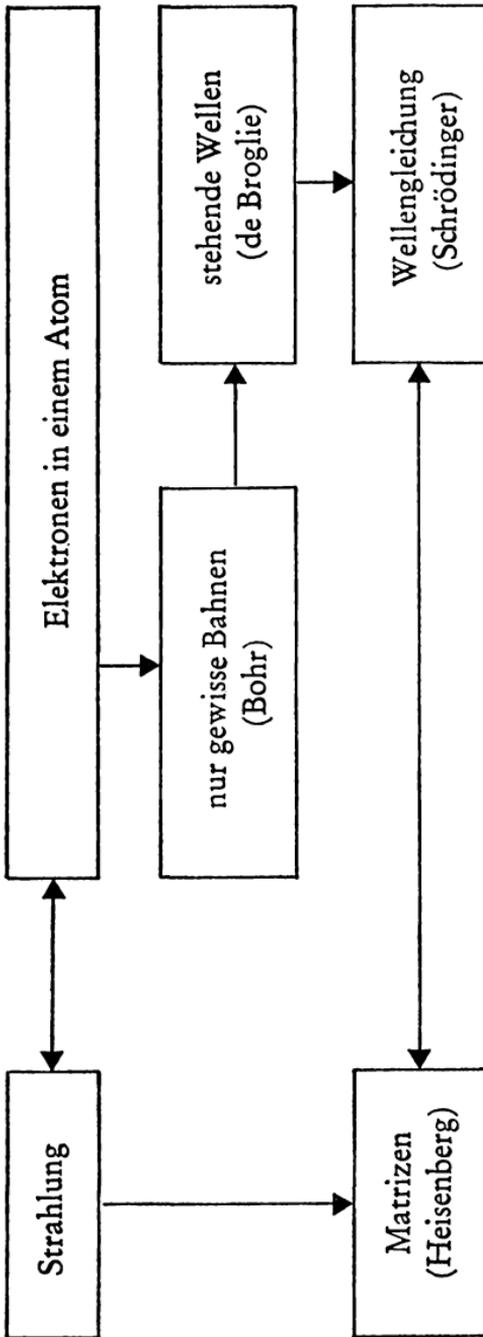
Bohr konnte nur eine ‚Regel‘ angeben, nach der diese Bahnen bestimmt werden mußten. Beschränkt man sich auf Kreisbahnen, so erhält man die Bedingung $Lp = nh$. Das bedeutet, daß das Produkt der Länge der Kreisbahn L mit dem Impuls p des Elektrons auf dieser Kreisbahn ein ganzes Vielfaches der Planckschen Konstante h sein muß, mit $n = 1, 2, 3, \dots \infty$. Jede Bahn entspricht einer bestimmten Energie, die von der Zahl n abhängt. Aber warum kann ein Elektron, das durch die elektrische Anziehungskraft an einen Atomkern gebunden ist und durch die Fliehkraft im Gleichgewicht gehalten wird, nur über ganz bestimmte Energien verfügen? Und warum hängen diese Energien von ganzen Zahlen ab?

Der Ursprung dieser ‚Quantenbedingung‘ wurde erst deutlich, als L. de Broglie (1924) darauf hinwies, daß man dem Elektron eine Welle zuordnen müsse. Durch die Beziehung $p = h/\lambda$ wandelt sich aber die Bedingung $Lp = nh$ in die Bedingung $L = n\lambda$ um. Die Länge der Kreisbahn muß also ein ganzes Vielfaches der Wellenlänge λ sein. Eine solche Bedingung ist ganz natürlich, wenn man annimmt, daß die Welle der vorgeschriebenen Kreisbahn entlangläuft, weil sie sich ordentlich schließen muß, um sich nicht selbst zu zerstören. Sie stellt dann eine ‚stehende Welle‘ dar.

E. Schrödinger (1926) erkannte, daß es überhaupt nicht notwendig ist, von irgendwelchen ‚Bahnen‘ zu sprechen. Die dem Elektron zugeschriebene Welle muß eine räumliche Ausdehnung haben, die möglicherweise den ganzen Raum des Atoms ausfüllt. Das wirkliche Grundgesetz besteht also in der ‚Wellengleichung‘, welche die Veränderung der Wellenfunktion ψ in Raum und Zeit beschreibt. Die Forderung, daß diese Funktion überall mit der gleichen Frequenz ν schwingt, genügt, um

sicher zu sein, daß dieses Teilchen eine ganz bestimmte Energie besitzt, und zwar die Energie $E = h\nu$. Aus der Wellengleichung folgt dann, daß ein gebundenes Elektron nur über ganz bestimmte Energien verfügen kann, und zwar über genau jene, die experimentell feststellbar sind. Es wurde auch klar, daß ein Elektron keine Strahlung abgeben kann, solange es sich in einem Bewegungszustand befindet, der einer solchen ‚stehenden Welle‘ entspricht. Das Elektron kann nur Strahlungsenergie aufnehmen oder abgeben, wenn es von einem dieser Zustände in einen anderen überspringt. Der Widerspruch zwischen der Bohrschen und der Maxwellschen Theorie hob sich also auch auf.

Inzwischen hatte W. Heisenberg (1925) eine ganz andere, viel abstraktere Theorie entwickelt. Er ging davon aus, daß man ja überhaupt nicht wissen kann, ob die Elektronen auf ‚bestimmten Bahnen‘ um den Atomkern kreisen. Das einzige, uns direkt Zugängliche, ist die Strahlung, die ein Elektron aufnehmen oder abgeben kann. Diese Strahlung liefert eine Art ‚Telegramm‘, aus dem wir das Verhalten des Elektrons ablesen müssen. Alles, was wir ‚hinzudichten‘, kann falsch sein. Heisenberg gelang es dann, Gleichungen aufzustellen, welche diejenigen der klassischen Mechanik ersetzen müssen, wenn wir die möglichen Bewegungszustände des Elektrons nur unter diesem Gesichtspunkt beschreiben wollen. In diesen Gleichungen kamen mathematische Gebilde vor, die man ‚Matrizen‘ nennt. Deshalb spricht man auch von einer ‚Matrizenmechanik‘, im Gegensatz zu der von Schrödinger entwickelten ‚Wellenmechanik‘. Obwohl beide Theorien sehr verschiedenartige Vorstellungen benutzen, konnte man doch zeigen, daß beide den Tatsachen gleich gut gerecht werden. Es ist einfach so, als ob man dem gleichen Inhalt mittels zwei verschiedener Sprachen Ausdruck verliehe. Die Etappen dieser Entdeckungsgeschichte können wir durch folgendes Ideogramm darstellen:



Die statistische Deutung der Wellenfunktion

Es ist nun sicher, daß man dem Elektron eine ‚Wellenfunktion‘ zuordnen muß, d. h. eine Funktion $\psi(\mathbf{r}, t)$, die für jeden Punkt \mathbf{r} des Raumes und für jeden Zeitpunkt t definiert werden muß. Die Wellengleichung entspricht einem Gesetz, welches besagt, wie sich diese Funktion in Raum und Zeit verändert. Eine solche Gleichung kann natürlich verschiedene Lösungen zulassen. Die Schrödingersche Gleichung ist aber so gebaut, daß es genügt, die Wellenfunktion überall, in einem einzigen Zeitpunkt $t = 0$ zu kennen, um sie vollkommen für gleich welchen Zeitpunkt t zu bestimmen; man muß nur die Masse m des Teilchens und die auf dieses Teilchen einwirkende Kraft K kennen. Schematisch gesehen, entspricht die Wellengleichung also einem absolut deterministischen Gesetz:

$$\psi(\mathbf{r}, 0) \xrightarrow[\text{K}]{m} \psi(\mathbf{r}, t).$$

Es stellt sich die Frage, welche physikalische Bedeutung wir dieser Funktion zumessen können. Ein erster Hinweis ergibt sich aus der Tatsache, daß die Funktion ψ eine ‚komplexe Funktion‘ ist, d. h., daß sie aus einem ‚reellen‘ und einem ‚imaginären‘ Teil besteht. Man stellt aber fest, daß die Summe der Quadrate dieser beiden Teile eine reelle Funktion ergibt, die wir mit $\varrho = |\psi|^2$ bezeichnen wollen. Schrödinger hatte schon erkannt, daß sich die Funktion $\varrho(\mathbf{r}, t)$ wie die ‚Dichte einer Flüssigkeit‘ verhält. Er glaubte deshalb, daß sie die stoffliche Verteilung der einzelnen Elektronen darstellen müsse.

M. Born (1926) zeigte aber, daß diese Interpretation falsch ist, weil sich die Funktion $\varrho(\mathbf{r}, t)$ eventuell über den ganzen Raum ausbreiten kann, während sich das Elektron bei einer Messung immer als ‚unteilbares Ganzes‘ an irgendeiner Stelle des Raumes befindet. Man kann allerdings vorher nicht genau sagen, wo das Elektron zu suchen ist. Man trifft es aber mit größter Wahrscheinlichkeit an jener Stelle an, wo die Funktion

$\varrho(\mathbf{r}, t)$ ihren größten Wert hat. Dies ist tatsächlich die einzige Interpretation, die allen Tatsachen gerecht wird: $\varrho(\mathbf{r}, t)$ ist die *Dichte der Wahrscheinlichkeitsverteilung für das Auffinden des Teilchens beim Punkt \mathbf{r} im Augenblicke t* . Obwohl die Veränderungen der Funktion ψ selbst deterministisch bestimmt sind, ist die Veränderung der Position des Teilchens nur statistisch bestimmt.

Die Unbestimmtheitsrelationen

Wir wissen, daß Heisenberg die Brauchbarkeit der Begriffe der klassischen Mechanik schon bei der Entwicklung seiner Matrizenmechanik in Frage gestellt hat: Wie können wir wissen, ob ein Elektron tatsächlich einer bestimmten ‚Bahn‘ folgt? Kann man überhaupt von der ‚Position‘ und der ‚Geschwindigkeit‘ eines Elektrons sprechen? Die Antwort auf diese Frage hängt natürlich von dem ab, was wir messen können. Dabei stellen wir fest, daß man in der Tat Apparaturen zur Bestimmung der Position eines Elektrons sowie andere zur Messung der Geschwindigkeit oder des Impulses eines Elektrons bauen könnte. Die Genauigkeit dieser Messungen kann durch Verbesserungen der Meßapparatur immer weiter verfeinert werden, so daß es uns im Prinzip möglich wäre, die Position und auch den Impuls eines Teilchens mit absoluter Genauigkeit zu bestimmen. Demnach hat es also einen Sinn, von der Position oder dem Impuls eines Teilchens zu sprechen.

Es ist aber nicht möglich, die Position und den Impuls gleichzeitig mit absoluter Genauigkeit zu bestimmen. Heisenberg hat dies unter anderem durch die Analyse bestimmter Gedankenexperimente bewiesen. Der Kern der Sache kann auf die de Broglieschen Relationen zurückgeführt werden, die zeigen, daß man den *Impuls* nur dann genau definieren kann, wenn die dem Teilchen zugeordnete Welle eine ganz bestimmte Wellenlänge aufweist ($p = h/\lambda$).

Das bedeutet aber, daß sich diese Welle überall auf die gleiche Weise verändern muß und deshalb den ganzen Raum ausfüllt oder wenigstens einen sehr großen Teil davon. Wenn man dann die Wahrscheinlichkeitsverteilung $\rho = |\psi|^2$ berechnet, sieht man, daß sich das Teilchen mit gleicher Wahrscheinlichkeit überall im Raume befinden kann. Eine genaue Kenntnis des Impulses schließt also eine genaue Kenntnis der Position aus, und zwar als prinzipielle Konsequenz der hier angewandten Definition des Impulses und der Position.

Wenn wir umgekehrt von einer genauen Kenntnis der *Position* des Teilchens ausgehen, so bedeutet dies, daß die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen irgendwo im Raume zu finden, überall gleich Null ist, ein Punkt ausgenommen, jener nämlich, von dem wir mit absoluter Sicherheit wissen, daß sich das Teilchen dort befinden muß. Eine solche nadelhafte Verteilung der Funktion $\rho(\mathbf{r}, t)$ kann aber nur durch Überlagerung von unendlich vielen Wellen verschiedener Wellenlänge erreicht werden. Daraus muß man schließen, daß wir nicht mehr wissen, welche Wellenlänge dem Teilchen zuzuordnen ist. Deshalb können wir auch überhaupt nichts Genaues über den Wert des Impulses dieses Teilchens aussagen.

Im allgemeinen könnte man ein ‚Wellenpaket‘ betrachten, das durch die Überlagerung von Wellen entsteht, deren Wellenlängen in einem bestimmten Bereich der Breite $\Delta\lambda$ liegen. Das entspricht einer *Unbestimmtheit* Δp des Impulses nach der Formel $p = h/\lambda$. Man kann aber auch die Breite dieses Wellenpaketes berechnen, die einer *Unbestimmtheit* Δx der Position dieses Teilchens entspricht. Dabei erhalten wir folgende Beziehung:

$$\Delta x \Delta p \approx h.$$

Es handelt sich um die Heisenbergsche ‚Unbestimmtheitsrelation‘ der Kenntnis, die wir im gleichen Augenblick von der Position x und vom Impuls p des Teilchens haben können. Es sei bemerkt, daß hier die Position x und der Impuls p in der

gleichen Richtung gemessen werden. Es ist also unmöglich, die Position und den Impuls eines Teilchens zu gleicher Zeit und mit absoluter Gewißheit zu kennen, und zwar weil die Plancksche Konstante h nicht gleich Null ist!

Die statistische Voraussage eines Meßresultates

Aus den vorangehenden Betrachtungen können wir schließen, daß unsere Kenntnis über die Position und den Impuls des Teilchens von der Angabe der Wellenfunktion $\psi(\mathbf{r}, t)$ abgeleitet werden kann. Dasselbe gilt auch für unsere Kenntnis über die Energie des Teilchens oder seine anderen mechanischen Eigenschaften.

Es stellt sich deshalb nun die Frage, wie man diese Kenntnis aus der Angabe der Wellenfunktion herleiten kann.

Um möglichst allgemein zu formulieren, wollen wir annehmen, daß wir uns für *irgendeine meßbare Eigenschaft* A des Teilchens interessieren und uns fragen: Welches Resultat werden wir finden, wenn wir diese Größe im Augenblick t messen, vorausgesetzt, daß wir die Wellenfunktion $\psi(\mathbf{r}, t)$ des Teilchens für den gleichen Augenblick t kennen? Nötigenfalls können wir diese Funktion auch berechnen, wenn wir $\psi(\mathbf{r}, 0)$ und jene Kräfte kennen, die inzwischen auf das Teilchen eingewirkt haben. Die so gestellte Frage läßt sich erst dann beantworten, wenn wir uns vorstellen, die gleiche Messung würde unter genau gleichen Bedingungen sehr, sehr oft vorgenommen. Im allgemeinen fänden wir bei jeder einzelnen Messung verschiedene Werte. Bei einer häufigen Wiederholung des gleichen Experimentes wäre es uns dann möglich, eine *Wahrscheinlichkeitsverteilung* für die einzelnen Resultate zu definieren. Mit dieser Kenntnis könnten wir dann auch den *Durchschnittswert* der Größe A berechnen.

Erstaunlicherweise kann man diesen Durchschnittswert sofort berechnen, wenn man die Funktion $\psi(\mathbf{r}, t)$ kennt. Es genügt,

der Größe A einen ganz bestimmten *Operator* \mathfrak{A} zuzuordnen, der die Funktion ψ auf eine bestimmte Weise in eine andere Funktion $\mathfrak{A}\psi$ umwandelt. Man braucht dann nur das Integral

$$\int \psi^* \mathfrak{A}\psi \, dV = \langle A \rangle$$

zu berechnen, um den Durchschnittswert $\langle A \rangle$ der Größe A vorauszusagen. Dieses Integral erstreckt sich über den ganzen, dem Teilchen zur Verfügung stehenden Raum, und ψ^* ist gleich der Funktion ψ mit umgekehrtem Vorzeichen des imaginären Teils. Diese Aussage und die Schrödingersche Wellengleichung stellen die beiden Grundgesetze der Quantenmechanik dar.

Geht man von dieser Definition aus, so kann man sich fragen, ob es Wellenfunktionen gibt, die einer genauen Kenntnis der Größe A entsprechen. Wenn wir eine solche Wellenfunktion mit ψ_n und den entsprechenden Wert der Größe A mit A_n bezeichnen, erhalten wir die einfache Bedingung

$$\mathfrak{A}\psi_n = A_n\psi_n.$$

Für diese Gleichung gibt es meist viele Lösungen, weil die Größe A viele mögliche Werte A_n hat. Wichtig ist aber vor allem die Tatsache, daß man die Gesamtheit aller möglichen Werte A_n bestimmen kann, wenn der Operator \mathfrak{A} bekannt ist. Hierbei finden wir, daß die möglichen Meßwerte der Größe A meistens eine nicht-kontinuierliche Folge bilden. Das bedeutet, daß die Größe A ‚quantisiert‘ ist, d. h. daß diese Größe nur bestimmte Werte annehmen kann. Der Einfachheit halber wollen wir diese Werte, die man bei einer genauen Messung der Größe A finden könnte, durch die abzählbare Reihe der Werte $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ darstellen. Dies sind die sogenannten *Eigenwerte* der Größe A .

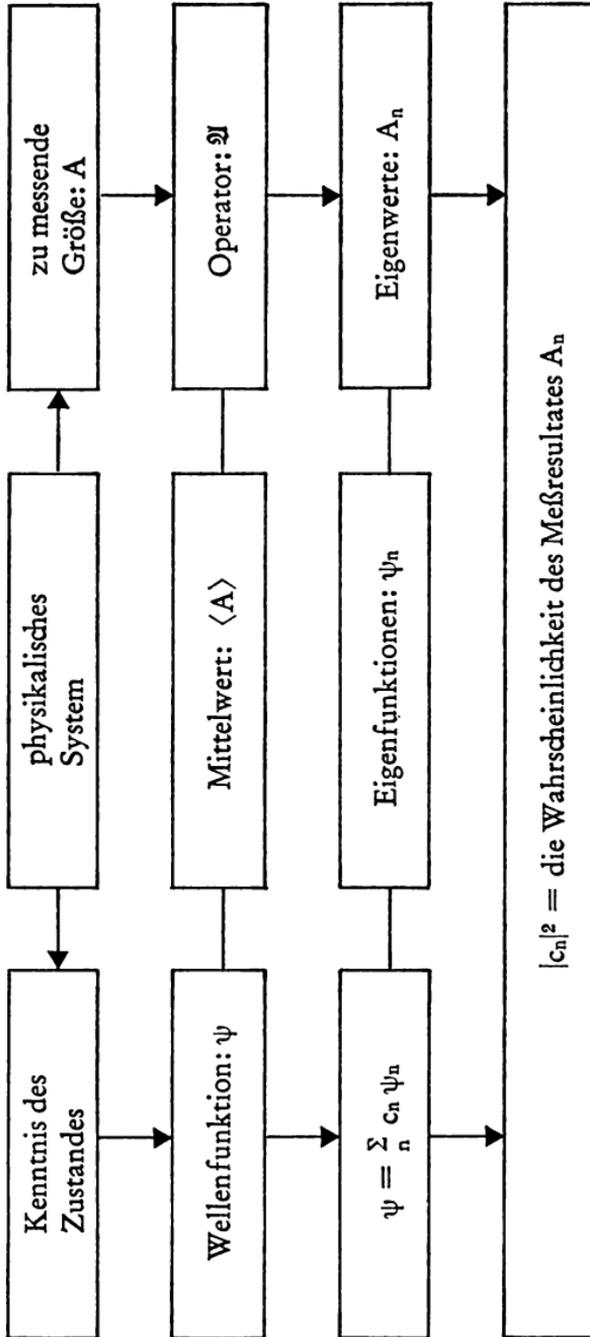
Jeder Eigenwert A_n entspricht einer bestimmten Eigenfunktion ψ_n . Diese Eigenfunktionen haben eine wichtige Bedeutung, weil wir absolut sicher sein können, daß man bei der Messung der Größe A immer den Wert A_n finden muß, wenn $\psi = \psi_n$ ist. Es gibt aber viele Eigenfunktionen $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n, \dots$ und im

allgemeinen kann man die Funktion ψ nur durch eine Summe dieser Eigenfunktionen darstellen, wobei jede dieser Funktionen ψ_n mit einem Koeffizienten c_n multipliziert wird:

$$\psi = \sum_n c_n \psi_n.$$

Die Koeffizienten c_n sind komplexe Zahlen, die eine bedeutende Rolle spielen, weil man mit ihnen die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die verschiedenen Werte $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ genau berechnen kann, wenn ψ bekannt ist. Es genügt tatsächlich, den Mittelwert $\langle A \rangle$ nach der oben angegebenen Formel zu berechnen, um zu beweisen, daß $|c_n|^2$ die Wahrscheinlichkeit darstellt, mit der man das Resultat A_n findet, wenn die Wellenfunktion des Teilchens ψ ist.

Unsere Kenntnis über den Wert der Größe A ist also in der Angabe der Funktion ψ enthalten. Im allgemeinen ist diese Kenntnis ungenau und kann deshalb nur statistisch definiert werden. Die ungeheure Originalität und Reichhaltigkeit der Quantenmechanik besteht aber darin, daß die begrenzte Kenntnis, die wir von einem System haben, nicht direkt durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung angegeben wird, sondern durch *eine Verteilung von Wahrscheinlichkeitsamplituden* $c_1, c_2, \dots, c_n, \dots$. Da jede dieser Zahlen gewöhnlich eine komplexe Zahl ist, haben wir im Grunde mehr Information als notwendig ist. Die Zahl $|c_n|^2$ entspricht einer einzigen reellen Zahl, während c_n aus zwei Zahlen besteht. Zusammenfassend können wir die hier eingeführten Begriffe folgendermaßen miteinander verbinden:



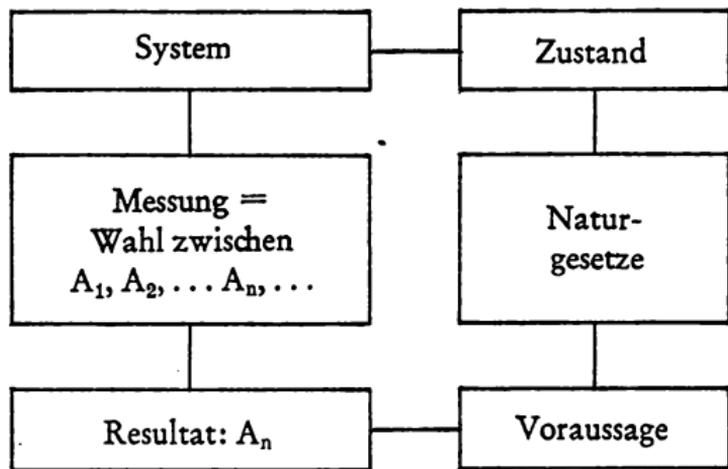
Physikalische Messungen und menschliche Willensfreiheit

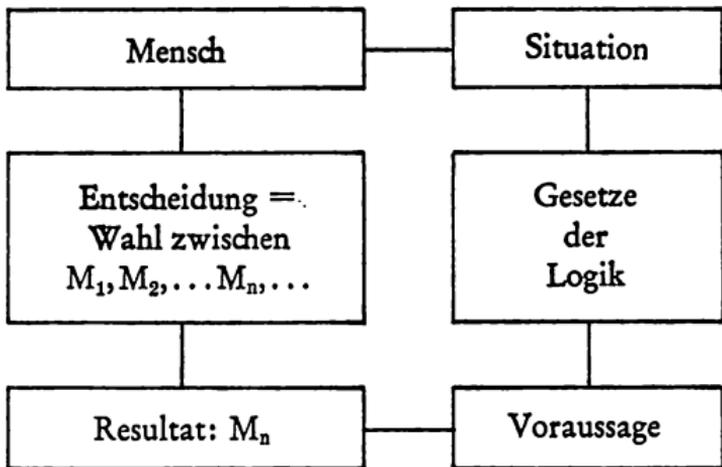
Wir kommen hiermit auf das Problem der menschlichen Willensfreiheit zurück. Um es möglichst präzise zu definieren, wollen wir uns *einen bestimmten Menschen* vorstellen, der eine bestimmte Entscheidung treffen soll. Das bedeutet, daß er sich einer Reihe sich gegenseitig ausschließender *Möglichkeiten* gegenübergestellt sieht, die wir mit $M_1, M_2, \dots M_n, \dots$ bezeichnen wollen. Von diesen Möglichkeiten muß er *eine* auswählen. In dieser ‚Wahl‘ liegt die *Entscheidung*. Als Außenstehender ist es mir unmöglich, um alle Einzelheiten dessen zu wissen, was in diesem Menschen vor sich geht. Dies bleibt für mich aus rein praktischen oder prinzipiellen Gründen ein wohlgehütetes Geheimnis. Und trotzdem möchte ich wissen, ob es nicht doch möglich ist, das Resultat dieser Entscheidung, wenigstens unter bestimmten Voraussetzungen, vorauszusehen. Wir nehmen an, wir hätten eine genaue Kenntnis über die *Entscheidungssituation*, in der sich dieser Mensch befindet, d. h. wir wüßten, welche Werte er den verschiedenen Möglichkeiten zuordnet und welche Ziele er verfolgt. Wir nehmen auch an, daß er *logisch* überlegt, und zwar so gut es nur irgendwie möglich ist. Diese Bedingung ist notwendig, damit die Entscheidung als ‚rational‘ gelten kann. Selbstverständlich könnte dieser Mensch in seiner Überlegung irgend etwas übersehen oder sich sonst irgendwie irren. Wir wollen aber wissen, was geschehen würde, wenn er dieses Entscheidungsproblem in ideal-rationaler Weise angehen würde. Ähnlich steht es mit unseren Voraussagen für physikalische Messungen. Die Meßapparatur könnte auch irgendwie ‚gestört‘ werden. Wenn wir aber in der Quantenmechanik die Frage nach dem Determinismus oder Indeterminismus stellen, setzen wir voraus, daß die Meßapparatur absolut korrekt funktioniert.

Tatsächlich weist die quantenmechanische Behandlung des Problems einer physikalischen Messung eine erstaunliche Analogie mit dem der freien Willensentscheidung auf. Wir können

uns *ein bestimmtes System* denken und eine genaue Messung der Größe *A* an diesem System vornehmen. Hier entspricht die *Messung* einer ‚Wahl‘ zwischen den verschiedenen, sich gegenseitig ausschließenden, möglichen Meßresultaten $A_1, A_2, \dots A_n, \dots$. Was mit dem System während der Messung geschieht, wissen wir nicht. Wir können nur das Resultat der Messung feststellen und versuchen, dieses Resultat vorauszusehen. Dafür benutzen wir die entsprechenden *Naturgesetze* und eine Kenntnis des *Zustandes* des Systems im Augenblick der Messung. Nach den Prinzipien der klassischen Physik würde man erwarten, das Resultat einer solchen Messung könne genau vorausgesehen werden. Wir haben aber festgestellt, daß diese Behauptung in der Quantenmechanik nicht mehr stimmt, und zwar, *weil die Kenntnis, von der man bei dieser Voraussage ausgeht, aus prinzipiellen Gründen begrenzt ist*. Man konnte nur eine statistische Voraussage machen.

Unter diesem Aspekt erhält die Frage nach der Existenz und dem Wesen der menschlichen Willensfreiheit eine sehr konkrete Form. Wenn ein bestimmter Mensch bei einer bestimmten Entscheidung die Möglichkeit M_n z. B. auswählt, fragen wir uns, ob es möglich gewesen wäre, das Resultat dieser Entscheidung mit absoluter Gewißheit vorauszusagen oder nicht, in der Annahme, daß es sich um eine rationale Entscheidung handelt. Wenn ja, dann ist die Entscheidung logisch determiniert. Wenn nein, dann ist dieser Mensch frei. Diese Analogie zwischen rationalen Entscheidungen und physikalischen Messungen kann zusammenfassend, durch das nachstehende Schema dargestellt werden:





Reine und gemischte Strategien

Spontan meinen wir, eine rationale Entscheidung müsse logisch determiniert sein. Der Grund liegt darin, daß wir spontan an sehr einfache Entscheidungsprobleme denken, und zwar solche, bei denen man jeder Möglichkeit einen bestimmten Wert *mit Gewißheit* zuordnen kann. Nehmen wir an, $W_1, W_2, \dots, W_n, \dots$ seien die Werte, die den verschiedenen Möglichkeiten $M_1, M_2, \dots, M_n, \dots$ entsprechen. In diesem Fall ist die rationalste Entscheidung logisch vollkommen *determiniert*, weil es genügt, den Maximalwert unter den gegebenen Werten herauszufinden. Es bleibt höchstens der Ausnahmefall übrig, bei dem es zwei oder mehrere gleich große Maximalwerte gibt. Dann ist die Wahl zwischen den entsprechenden Möglichkeiten *indifferent*, so daß man diese durch irgendeine willkürliche Regel näher bestimmen könnte, ohne ins Irrationale abzuleiten.

In vielen Fällen liegt das Entscheidungsproblem nicht so einfach, weil den verschiedenen, zur Wahl stehenden Möglichkeiten kein bestimmter Wert eindeutig entspricht. Solche Situationen wurden zuerst in der sogenannten ‚*Spieltheorie*‘ untersucht. Ein Spiel, wie das Schachspiel z. B., liefert uns tatsächlich ein sehr einfaches Modell für Entscheidungssituationen, bei denen wir zwischen verschiedenen (sich gegenseitig ausschließenden) Zügen wählen müssen, aber jedem Zug verhältnismäßig leicht einen bestimmten Wert zuordnen können, zumindest schätzungsweise. Bei dieser Bewertung müssen wir aber in Betracht ziehen, daß der Gegner auf unterschiedliche Weise reagieren kann. Diese Reaktionen lassen sich nicht voraussehen, wenigstens nicht mit Gewißheit. Darin liegt die *Beschränkung unserer Kenntnis*, die dazu führen wird, daß die Voraussage der rationalsten Entscheidung in diesem Fall meistens nur *statistisch* ausfallen kann.

Die ersten Ansätze, die zur Entwicklung der ‚*Spieltheorie*‘ führten, stammen von E. Borel (1921) und von J. von Neumann (1927). Diese Theorie, die man heute auch oft ‚Ent-

scheidungstheorie' nennt, zog aber erst nach Erscheinen des Buches von v. Neumann und Morgenstern: „*Theory of Games and Economic Behaviour*“ (1944), die Aufmerksamkeit der Öffentlichkeit auf sich. Der Grundgedanke dieser Theorie ist verblüffend einfach, aber sehr originell. Es handelt sich um die Einführung eines neuen Begriffes: dem der *Strategie*, d. h. einer im allgemeinen nur statistisch bestimmten Entscheidung.

Wenn wir unter den Möglichkeiten $M_1, M_2, \dots M_n, \dots$ eine Wahl treffen müssen, kann unsere Überlegung eventuell darin ein Ende finden, daß wir eine dieser Möglichkeiten als die beste anerkennen und deshalb nur diese und keine andere ergreifen wollen. Dies nennen wir eine *reine Strategie*. Wir wollen diese reine Strategie, die der Wahl von M_n entspricht, durch das Symbol S_n darstellen. Jede der Möglichkeiten $M_1, M_2, \dots M_n, \dots$ entspricht also einer möglichen reinen Strategie. So können wir eine Gesamtheit $S_1, S_2, \dots S_n, \dots$ von reinen Strategien definieren.

Spontan neigen wir dazu, zu glauben, unsere Überlegung müsse dahin gehen, daß wir eine dieser reinen Strategien als die richtige anerkennen. Das ist aber falsch, wie wir gleich zeigen werden, weil man unter bestimmten Umständen, als beste Strategie die folgende wählen muß: Die verschiedenen Möglichkeiten $M_1, M_2, \dots M_n, \dots$ sollen mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung $p_1, p_2, \dots p_n, \dots$ gewählt werden. Man kann zwar nur eine Möglichkeit wählen, aber die Möglichkeit M_1 soll mit der Wahrscheinlichkeit p_1 gewählt werden, die Möglichkeit M_2 mit der Wahrscheinlichkeit p_2 , usw. Eine solche Strategie wollen wir eine *gemischte Strategie* nennen und sie folgendermaßen darstellen:

$$S = \sum_n p_n S_n.$$

Im Spezialfall, in welchem $S = S_n$ gesetzt wird, sind alle Wahrscheinlichkeiten gleich Null, die Wahrscheinlichkeit $p_n = 1$ ausgenommen. Das entspricht der absoluten Sicherheit, daß man die Möglichkeit M_n wählt. Diese Formulierung ruft uns

natürlich den Ausdruck

$$\psi = \sum_n c_n \psi_n$$

für die Wellenfunktion in der Quantenmechanik in Erinnerung. Hier entsprach der Fall $\psi = \psi_n$ der Gewißheit, bei einer genauen Messung der Größe A den Wert A_n zu finden. Im allgemeinen hat man aber nur eine ungenaue Kenntnis jenes Wertes, den man bei einer solchen Messung erhalten wird.

Die beste Strategie bei Konfliktsituationen

Es gilt nun zu beweisen, daß man unter bestimmten Umständen tatsächlich keine reine, sondern nur eine gemischte Strategie als die beste Strategie erhält. Das geschieht in jenen Situationen, in denen wir eine ganze Tabelle von Werten berücksichtigen müssen. Es ist nämlich möglich, daß *verschiedene Eventualitäten* $E_1, E_2, \dots E_m, \dots$ eintreten können, die zu verschiedenen Werten der verschiedenen Möglichkeiten $M_1, M_2, \dots M_n, \dots$ führen können. Im allgemeinen erhalten wir dann eine Werttabelle folgender Art:

	M_1	M_2	\dots	M_n	\dots
E_1	W_{11}	W_{12}	\dots	W_{1n}	\dots
E_2	W_{21}	W_{22}	\dots	W_{2n}	\dots
.	.	.		.	
.	.	.		.	
.	.	.		.	
E_m	W_{m1}	W_{m2}	\dots	W_{mn}	
.	.	.		.	
.	.	.		.	
.	.	.		.	

Die verschiedenen Zahlen W_{mn} dieser *Matrix* sollen die Werte für denjenigen darstellen, der von den oben angeführ-

ten Möglichkeiten $M_1, M_2, \dots, M_n, \dots$ eine auswählen muß. Die verschiedenen Eventualitäten $E_1, E_2, \dots, E_m, \dots$ können auch als verschiedene Möglichkeiten angesehen werden, die dem ‚Gegner‘ zur Wahl stehen. So charakterisiert sich die Sachlage für das Spiel oder für militärische und wirtschaftliche Entscheidungen. Ebenso gut kann es sich aber auch um ein ‚Spiel gegen die Natur‘ handeln, bei dem die verschiedenen Eventualitäten nicht von der Wahl eines menschlichen Gegners abhängen. Dieser könnte eventuell auch eine solche Werttabelle aufstellen. Es kommt oft vor, daß der Verlust des einen den Gewinn des anderen ausmacht; doch ist dies nicht unbedingt nötig.

Wir versetzen uns jetzt in die Lage jenes ‚Spielers‘, der zwischen den Möglichkeiten $M_1, M_2, \dots, M_n, \dots$ wählen muß. Welche Wahrscheinlichkeitsverteilung $p_1, p_2, \dots, p_n, \dots$ muß er diesen Möglichkeiten zuschreiben, um möglichst rational zu handeln? Das hängt einerseits von der Wertmatrix ab, und andererseits von der *Zielsetzung*, die er verfolgt. Tatsächlich gibt es verschiedene mögliche Zielsetzungen. Die einfachste und rationalste besteht meistens darin, so zu wählen, daß man *das geringste Risiko* eingeht, auch wenn dieses nur statistisch berechenbar ist.

Wir können den Überlegungsprozeß leicht an einem einfachen Beispiel beobachten. Wir stellen uns eine Kampfsituation vor, in welcher der General A die Stellung 1 oder aber die Stellung 2 angreifen kann. Er hat also zwei Wahlmöglichkeiten, die wir mit A_1 und A_2 bezeichnen. Der General B weiß, daß ein Angriff seines Gegners bevorsteht. Er kann deshalb die Stellung 1 oder aber die Stellung 2 verteidigen. Wir nehmen an, daß ihm keine weitere Möglichkeit übrigbleibt. Er hat also auch zwei Wahlmöglichkeiten, die wir mit V_1 und V_2 bezeichnen. Für A ist die Stellung 1 von höherem Interesse, jedoch nur, wenn der Gegner sie nicht verteidigt. Nehmen wir an, die Gewinn-tabelle für A sähe folgendermaßen aus:

	A ₁	A ₂
V ₁	-2	+1
V ₂	+6	-3

Statt sich einfach für A₁ oder A₂ zu entscheiden, kann der General A eine *gemischte Strategie* wählen. Angenommen, er wählt A₁ mit der Wahrscheinlichkeit p und folglich A₂ mit der Wahrscheinlichkeit 1-p, welcher ist dann der beste Wert der Wahrscheinlichkeit p? Um diesen zu finden, wollen wir *den zu erwartenden Gewinn* für die beiden Extremfälle berechnen, in denen B sich entweder für 1 oder für 2 entscheidet (gemäß einer reinen Strategie). Wenn V₁ eintritt, hängt der zu erwartende Gewinn für A von der Wahrscheinlichkeit p ab, mit der er selbst A₁ wählt. Dieser Gewinn ist leicht zu berechnen:

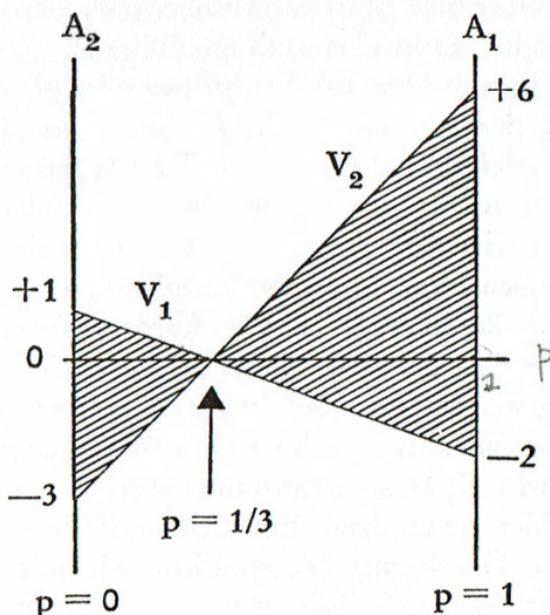
$$G(V_1) = -2p + 1(1-p).$$

Wenn V₂ eintritt, ist der zu erwartende Gewinn:

$$G(V_2) = 6p - 3(1-p).$$

Diese beiden Gewinne können, als Funktion von p, durch zwei Geraden dargestellt werden. Die Wahrscheinlichkeit p kann natürlich nur zwischen 0 und 1 liegen. Der Wert p = 0 entspricht dabei der Wahl von A₂ als reine Strategie und der Wert p = 1 der Wahl von A₁. Diese beiden Geraden *schneiden sich* in einem Punkt, der genau dem Gewinn 0 entspricht) für einen Wert p = 1/3, wie man aus dem Diagramm (S. 181) entnehmen kann.

Nun ist es möglich, daß der General A ein Draufgänger ist und einfach die Stellung 2 angreift, weil er dabei am meisten gewinnen könnte. Wenn er aber wirklich klug ist, wird er, ehe er befiehlt, ein solches Diagramm zeichnen (deshalb stehen den heutigen Strategien auch große Rechenmaschinen zur Verfügung). Aus diesem Diagramm wird er nämlich entnehmen,



daß er, statistisch gesehen, am wenigsten verliert, wenn er sich mit der Wahrscheinlichkeit $p = 1/3$ für A_1 entscheidet und mit der Wahrscheinlichkeit $2/3$ für A_2 . Das bedeutet, daß er nach dieser Berechnung am besten einen Würfel benutzt und bei 1 und 2 befiehlt, die Stellung 1 anzugreifen, bei den anderen Zahlen hingegen, die Stellung 2. Wenn die Gewinne des Generals B durch die Verluste des Generals A definiert werden, erhält man eine Wertmatrix, die es auch erlaubt, die beste Strategie für den General B ausfindig zu machen. Dabei kommt man zu dem Ergebnis, daß er am besten ein Geldstück wirft, um V_1 und V_2 mit gleicher Wahrscheinlichkeit zu wählen.

Um einen anderen Fall zu betrachten, der vielleicht besser zeigt, daß solche Konfliktsituationen etwas mit menschlicher Freiheit zu tun haben, denken wir an einen Mann, der vor einem brennenden Haus steht. Es ist das Haus seines Freundes und in ihm befindet sich ein Kind, das er gerne retten würde. Soll er es herausholen oder nicht? Er möchte es ganz gewiß, aber er weiß nicht, ob das Haus nicht inzwischen einstürzen

wird. Was soll er tun? Es ist natürlich möglich, daß er ganz unüberlegt handelt; es ist aber auch möglich, daß seine Entscheidung durch irgendwelche psychologischen oder physiologischen Faktoren stark beeinflusst wird. Uns kommt es aber auf die Tatsache an, daß seine Entscheidung im allgemeinen nicht determiniert ist, selbst wenn sie so rational wie möglich ist. Im Gegenteil, sie wird nicht determiniert sein, wenn sie rational ist.

Wir kommen also zu der Schlußfolgerung, *daß zwischen Freiheit und Rationalität kein Widerspruch besteht*. Damit wäre das Problem der menschlichen Willensfreiheit, wie es zu Beginn des ersten Beitrages gestellt wurde, meiner Ansicht nach, gelöst. Ich möchte aber noch kurz zwei Bemerkungen anfügen, die beide etwas mit Maschinen zu tun haben.

Da die hier besprochene Entscheidungsfreiheit prinzipiell eine logische Überlegung ist, sprechen wir mit Recht von ‚menschlicher‘ Willensfreiheit, weil – in unserer natürlichen Umgebung – der Mensch das einzige Wesen ist, das zu einem solchen rationalen Denken fähig ist. Daher sahen wir ganz selbstverständlich (obwohl vielleicht unbewußt) die Freiheit als ein Attribut der *geistigen Fähigkeiten* des Menschen an. Man könnte sich aber auch vorstellen, daß es eines Tages Maschinen geben wird, die ähnliche logische Überlegungen ausführen und deshalb ‚freie‘ Entscheidungen treffen könnten.

Andererseits sollte man sich der Tatsache bewußt sein, daß man heute manche Entscheidungen den Technokraten überläßt, die mit ihren Formeln und Computern großen Eindruck machen. Man muß aber darauf hinweisen, daß man hier nur die logischen Mechanismen einer Entscheidung besser durchschaut. Wenn es auch als glücklicher Umstand zu werten ist, daß man jene komplizierten und folgeschweren Entscheidungsprobleme, die sich heute stellen, mit mehr Rationalität angehen kann, so genügt auch der Gebrauch großer Computer noch nicht, um *ethisch richtig* zu handeln. Wir können uns zwar bei wichtigen Entscheidungen keine Denkfehler erlauben, doch müssen wir auch von der richtigen Bewertung und der richtigen Zielsetzung

ausgehen. Diese ‚Wahl der Wahl-Prinzipien‘ kann eventuell auch wie ein Entscheidungsproblem behandelt werden. Damit müßte aber die Regressionskette aufhören. Das bedeutet, daß die Möglichkeit rationaler freier Willensentscheidungen letzten Endes doch auf irgendwelche Normen gestützt werden muß.